Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} (a-1)x - y = 3 \\ (a-1)x + (a+1)y - (2-a)z = -2a \\ (-2a+2)x - ay + (a^2 - a - 2)z = 3a - 1 \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2.5 puntos)

P2) Calcula los valores del parámetro t para que se cumpla la condición $|A^3| = 8$, siendo A la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} t-1 & t+1 & 3 \\ t^2 - t & t^2 + 2t & t \\ 1-t & -1-t & -2 \end{pmatrix}$$

(2.5 puntos)

P3) Encuentra la ecuación general del plano π que es paralelo a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + 2y + z + 3 = 0 \\ x + 6y - z - 7 = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+2}{1}$$

y equidista de ambas.

(2.5 puntos)

P4) Un lado de un paralelogramo está sobre la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$. Otro lado lo determinan los puntos $A(-1, -2, 3)$ y $B(2, -2, -1)$. Calcula los otros dos vértices del paralelogramo sabiendo que su perímetro mide $16\ u$.

(2.5 puntos)

P5) Sea la función $f(x) = (x^2 - 3x + 10)^{\log\left[2^{x-1} \cdot \sin \frac{\pi(x+2)}{6}\right]}$.

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[1, 3]$.

(1.25 puntos)

b) Demuestra que existe $\alpha \in (1, 3)$ tal que $f(\alpha) = \dfrac{3}{2}$. Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1.25 puntos)

P6) Calcula las asíntotas de esta función y estudia la posición de la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x - 1}{x^2 - 4}$$

(2.5 puntos)

P7) Sea la función $f(x) = \ln\left(\dfrac{5x - 2 - x \sin \frac{\pi x}{2}}{x^2 - 4x + 6}\right)$.

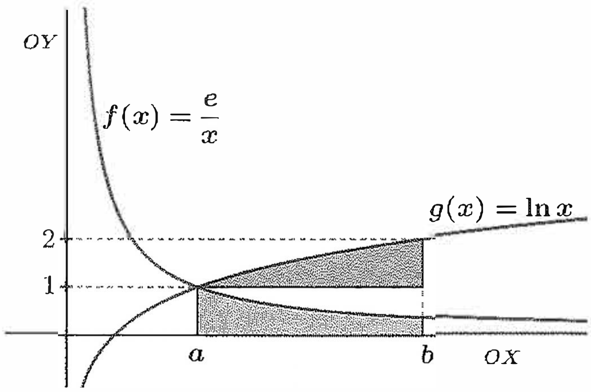
a) Demuestra que la función es continua en el intervalo $[1, 3]$.

(1 punto)

b) Demuestra que existe $\alpha \in (1, 3)$ tal que $f'(\alpha) = 3/2 \ \ln 2$. Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1.5 puntos)

P8) Calcula los valores de las abcisas a y b que aparecen en el gráfico, y, después, comprueba que las áreas de las dos regiones sombreadas son iguales:



(2.5 puntos)