Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2023

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas

Serie 2

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal ....

Número del tribunal ....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Sean $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad de orden dos $\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

***a*)** Compruebe que $(\boldsymbol{A} - 2\boldsymbol{I})^2 = 3\boldsymbol{I}$.

[0,5 puntos]

***b*)** Utilizando la igualdad del apartado anterior, encuentre la matriz inversa de la matriz $\boldsymbol{A}$ en función de las matrices $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{I}$, y compruebe que coincide con la matriz $\boldsymbol{B}$.

[1,25 puntos]

c) Calcule la matriz $\boldsymbol{X}$ que satisface la igualdad $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{B}$.
[0,75 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	*a*	
	b	
	c	
	Total	

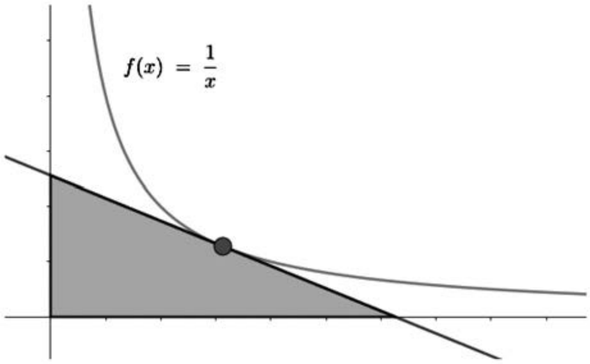
2. Sea la función $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función *f* en el punto de abscisa $x=2$.
[0,75 puntos]

b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función *f* en el punto de abscisa $x=k$, donde k es un número real positivo.
[0,75 puntos]

c) Compruebe que, tal como puede verse en la figura de abajo, la recta del apartado *b* determina un triángulo de área constante con los semiejes positivos de coordenadas. Calcule esta área.

[1 punto]



Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	*a*	
	b	
	c	
	Total	

3. Sea el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 2x + y = 1 + z \\ my + z = 2 - x \\ mz + 3 = 3x + y \end{cases}$, donde m es un número real.

***a*)** Discuta el sistema según los valores del parámetro m.
[1,25 puntos]

***b*)** Resuelva el sistema, si tiene solución, para el caso $m = 1$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	*a*	
	b	
	Total	

4. Sea la función $f(x)$ definida por $f(x) = -3x + e^{2x^3-1}$.

a) Justifique que $f(x) = 2$ tiene una solución en el intervalo $(-1, 0)$.

[1,25 puntos]

b) Sea la función $h(x) = -3x^2 + e^{2x^3-1}$. Calcule el área de la región comprendida entre las gráficas de las funciones $f(x)$ y $h(x)$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	*a*	
	b	
	Total	

5. Sean r_1 y r_2 las rectas definidas por r_1: $x - 1 = y = -z$ y por r_2: $x = y = z$, respectivamente.

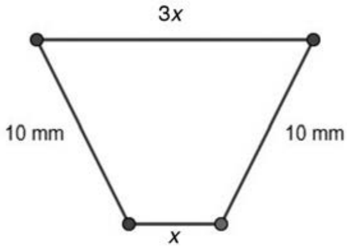
a) Calcule la ecuación paramétrica de la recta que corta perpendicularmente las rectas r_1 y r_2.

[1,75 puntos]

***b*)** Calcule la distancia entre r_1 y r_2.
[0,75 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	*a*	
	b	
	Total	

6. Se quiere construir una pieza metálica que tenga por sección un trapecio isósceles con la base superior tres veces más larga que la base inferior. Los otros lados del trapecio miden 10 mm, tal como puede observar en la siguiente figura:



a) Exprese la altura del trapecio en función de la longitud x de la base inferior.
[0,5 puntos]

b) Calcule la longitud de la base inferior del trapecio de manera que el área de la pieza sea máxima y encuentre el valor de esta área máxima.
[2 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	*a*	
	b	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Etiqueta de l’alumne/a

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés