

Enunciados

01 La familia de primitivas

2.º Bachillerato · Ciencias · ~4 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int (3x^2 - 4x + 2) dx$. Explica por qué hay una familia de respuestas y comprueba derivando.

02 La potencia excepcional

2.º Bachillerato · Ciencias · ~5 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int (2/x + 3/x^2) dx$ e indica sus intervalos de validez. Explica por qué $1/x$ no se integra con la regla ordinaria de las potencias.

03 Primero simplificar

2.º Bachillerato · Ciencias · ~5 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int (x^2 + 3x + 1)/(x + 1) dx$. Realiza la división de polinomios e indica el dominio.

04 Reconocer una derivada dentro

2.º Bachillerato · Ciencias · ~5 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int 2x(x^2 + 1)^3 dx$, mostrando el cambio de variable y el diferencial.

05 Un cociente que es una derivada

2.º Bachillerato · Ciencias · ~8 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int [2x + 2 + e^x]/[x^2 + 2x + 3 + e^x] dx$. Justifica por qué el resultado está definido para todo x real y compruébalo derivando.

06 Una primitiva trigonométrica

2.º Bachillerato · Ciencias · ~5 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int \sin(x) \cos^2(x) dx$. Comprueba el signo derivando.

07 Un logaritmo sin pareja

2.º Bachillerato · Ciencias · ~6 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int \ln(x) dx$ para $x > 0$. Determina después la primitiva F que cumple $F(1) = 2$.

08 Por partes más de una vez

2.º Bachillerato · Ciencias · ~8 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int x^2 e^{2x} dx$. Justifica la elección de u y explica cuándo termina el proceso.

09 Una cuadrática sin raíces reales

2.º Bachillerato · Ciencias · ~7 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int 1/(x^2 + 2x + 5) dx$ completando el cuadrado y mostrando el cambio de variable.

10 Una raíz repetida en el denominador

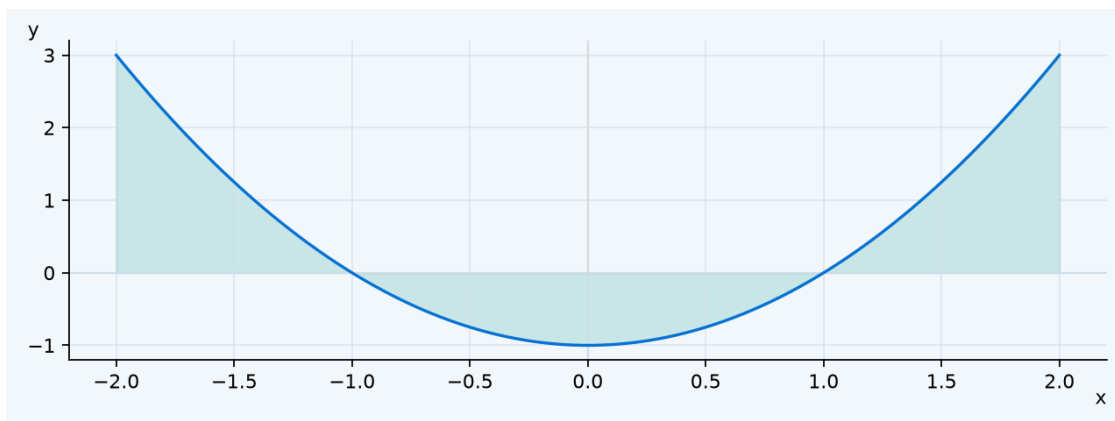
2.º Bachillerato · Ciencias · ~9 min · [Practicar online](#)

Calcula $\int 1/[x(x-1)^2] dx$. Descompón en fracciones simples incluyendo los términos que exige la raíz doble y especifica los intervalos de validez.

11 Integral no es siempre área

2.º Bachillerato · Ciencias · ~8 min · [Practicar online](#)

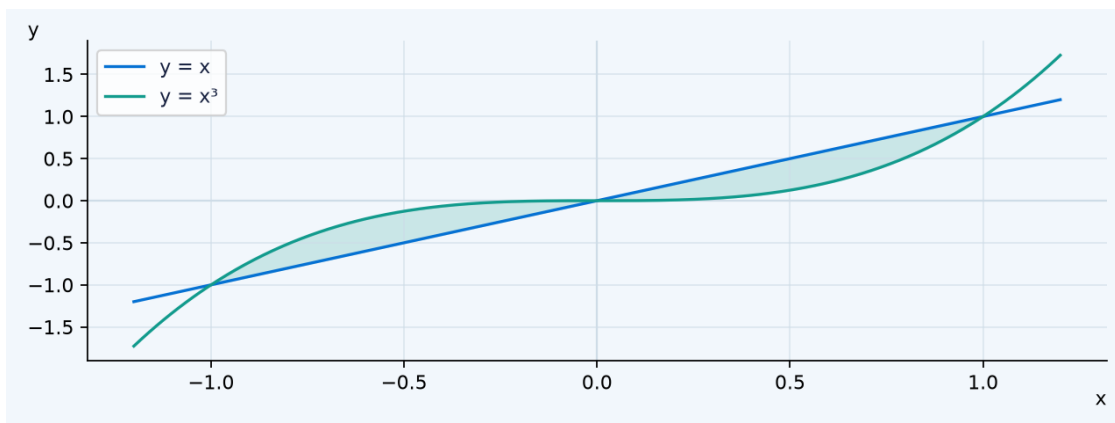
Calcula $\int$ desde -2 hasta 2 de $(x^2 - 1) dx$. Calcula también el área total entre su gráfica y el eje X en ese intervalo y explica la diferencia.



12 Dos curvas que se cruzan

2.º Bachillerato · Ciencias · ~9 min · [Practicar online](#)

Calcula el área total encerrada entre $y = x$ e $y = x^3$. Determina los puntos de corte y dónde cambia la curva superior.



Soluciones razonadas

01 La familia de primitivas

Una primitiva es $x^3 - 2x^2 + 2x$. Todas son $x^3 - 2x^2 + 2x + C$, con C real, porque derivar una constante da cero. La derivada es $3x^2 - 4x + 2$.

Resultado: $x^3 - 2x^2 + 2x + C$

02 La potencia excepcional

El resultado es $2 \ln|x| - 3/x + C$. Es válido en cada intervalo $(-\infty, 0)$ o $(0, \infty)$; las constantes pueden ser distintas en los dos componentes del dominio. La fórmula $x^{n+1}/(n+1)$ no vale para $n = -1$ porque su denominador sería cero.

Resultado: $2 \ln|x| - 3/x + C$

03 Primero simplificar

$x^2 + 3x + 1 = (x+1)(x+2) - 1$. El integrando es $x + 2 - 1/(x+1)$, para x distinto de -1 . Una primitiva es $x^2/2 + 2x - \ln|x+1| + C$ en cada intervalo del dominio.

Resultado: $x^2/2 + 2x - \ln|x+1| + C$

04 Reconocer una derivada dentro

Con $u = x^2 + 1$, $du = 2x \, dx$. Se integra $u^3 \, du$ y se obtiene $u^4/4 + C$. Volviendo: $(x^2 + 1)^4/4 + C$. Su derivada reproduce exactamente el integrando.

Resultado: $(x^2 + 1)^4/4 + C$

05 Un cociente que es una derivada

Si $f(x) = x^2 + 2x + 3 + e^x$, el numerador es $f'(x)$. Además $f(x) = (x+1)^2 + 2 + e^x > 0$ en toda la recta. La primitiva es $\ln(x^2 + 2x + 3 + e^x) + C$, sin necesidad de separar intervalos ni de valor absoluto en este caso. La regla de la cadena comprueba el resultado.

Resultado: $\ln(x^2 + 2x + 3 + e^x) + C$

06 Una primitiva trigonométrica

La integral es $-\int u^2 \, du = -u^3/3 + C$. Resultado: $-\cos^3 x/3 + C$. Al derivar, el signo negativo de la derivada del coseno cancela el signo inicial.

Resultado: $-\cos^3 x/3 + C$

07 Un logaritmo sin pareja

Con $u = \ln(x)$, $dv = dx$, la integral es $x \ln(x) - x + C$. En $x = 1$ vale $-1 + C$. Para que sea 2 se necesita $C = 3$. Así $F(x) = x \ln(x) - x + 3$, para $x > 0$.

Resultado: $x \ln(x) - x + 3$

08 Por partes más de una vez

Primero $u = x^2$ y $dv = e^{2x}dx$, así $du = 2x dx$ y $v = e^{2x}/2$. Resulta $x^2 e^{2x}/2 - \int x e^{2x} dx$. La segunda integral es $x e^{2x}/2 - e^{2x}/4$. Por tanto $F = e^{2x}(x^2/2 - x/2 + 1/4) + C$. Al derivar, los términos de menor grado se cancelan y queda $x^2 e^{2x}$.

Resultado: $e^{2x}(x^2/2 - x/2 + 1/4) + C$

09 Una cuadrática sin raíces reales

Con $u = (x + 1)/2$, $dx = 2 du$ y el denominador es $4(u^2 + 1)$. La integral es $(1/2) \arctan(u) + C$, es decir $(1/2) \arctan((x + 1)/2) + C$. Vale para todos los reales.

Resultado: $(1/2) \arctan((x + 1)/2) + C$

10 Una raíz repetida en el denominador

$1/[x(x - 1)^2] = 1/x - 1/(x - 1) + 1/(x - 1)^2$. Para comprobarlo, el numerador común es $(x - 1)^2 - x(x - 1) + x = 1$. Una primitiva es $\ln|x| - \ln|x - 1| - 1/(x - 1) + C$. Es válida separadamente en $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, \infty)$.

Resultado: $\ln|x| - \ln|x - 1| - 1/(x - 1) + C$

11 Integral no es siempre área

Una primitiva es $F = x^3/3 - x$. La integral es $F(2) - F(-2) = 4/3$. La función es negativa en $(-1, 1)$ y positiva en los intervalos exteriores. Las integrales en $[-2, -1]$, $[-1, 1]$ y $[1, 2]$ son $4/3$, $-4/3$ y $4/3$. El área total suma sus valores absolutos: 4 unidades cuadradas. La integral permite cancelaciones; el área no.

Resultado: Integral = $4/3$; área = 4

12 Dos curvas que se cruzan

Los cortes son $x = -1$, 0 y 1 . En $(-1, 0)$, x^3 está por encima de x ; en $(0, 1)$, x está por encima de x^3 . Cada región tiene área $1/4$, integrando $x^3 - x$ en $[-1, 0]$ y $x - x^3$ en $[0, 1]$. Área total: $1/2$ unidad cuadrada. Integrar sin separar produciría cancelación.

Resultado: $1/2$ unidad cuadrada