

Enunciados

01 Sin calculadora

4.º ESO · ~3 min · [Practicar online](#)

Calcula exactamente $2 \operatorname{sen}(30^\circ) + \cos(60^\circ) - \tan(45^\circ)$. Justifica los valores con triángulos notables.

02 De grados a radianes

1.º Bachillerato · Ciencias · ~4 min · [Practicar online](#)

Un arco de una circunferencia de radio 6 cm corresponde a un ángulo central de 150° . Expresa el ángulo en radianes y calcula la longitud del arco y el área del sector.

03 El cuadrante importa

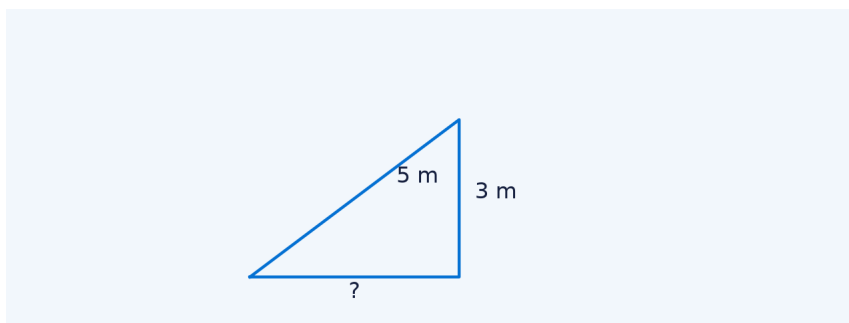
1.º Bachillerato · Ciencias · ~5 min · [Practicar online](#)

Si $\operatorname{sen}(\alpha) = 3/5$ y α está en el segundo cuadrante, calcula $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$, $\operatorname{sen}(\pi - \alpha)$, $\cos(\pi - \alpha)$, $\operatorname{sen}(\pi + \alpha)$ y $\cos(\pi + \alpha)$. Da valores exactos.

04 Una rampa

4.º ESO · ~4 min · [Practicar online](#)

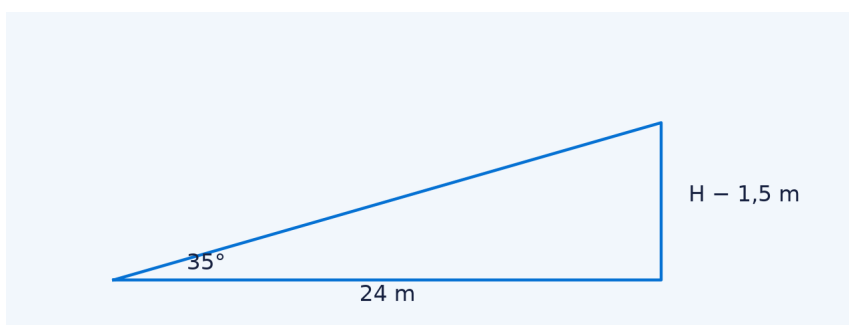
Una rampa mide 5 m y salva una altura de 3 m. Calcula el ángulo que forma con el suelo y la longitud horizontal que ocupa. Redondea el ángulo a una décima de grado.



05 La altura de una torre

4.º ESO · ~5 min · [Practicar online](#)

Desde un punto situado a 24 m del pie de una torre se observa su extremo superior con un ángulo de elevación de 35° . El instrumento está a 1,5 m del suelo. Calcula la altura de la torre al centímetro. El terreno es horizontal.



06 Dos ángulos y un lado

1.º Bachillerato · Ciencias · ~6 min · [Practicar online](#)

En un triángulo ABC, $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$ y el lado a , opuesto a A , mide 8 cm. Calcula C y los lados b y c exactamente.

07 Dos lados y el ángulo comprendido

1.º Bachillerato · Ciencias · ~5 min · [Practicar online](#)

Dos lados de un triángulo miden 7 cm y 10 cm, y el ángulo comprendido es 60° . Calcula el tercer lado y el área exactamente.

08 ¿Cuántos triángulos hay?

1.º Bachillerato · Ciencias · ~9 min · [Practicar online](#)

En un triángulo ABC, $A = 30^\circ$, $b = 8$ cm y a es el lado opuesto a A . Determina cuántos triángulos no degenerados existen si a mide 3, 4, 6 o 9 cm. Resuelve completamente los que correspondan a $a = 6$ cm, con dos decimales.

09 Combinar ángulos

1.º Bachillerato · Ciencias · ~6 min · [Practicar online](#)

Sin calculadora, calcula $\sin 75^\circ$ usando una fórmula de suma. Si β es agudo y $\tan \beta = 1/2$, calcula $\sin(2\beta)$ y $\cos(2\beta)$ exactamente.

10 Una identidad con restricciones

1.º Bachillerato · Ciencias · ~6 min · [Practicar online](#)

Demuestra $(1 - \cos(2x))/\sin(2x) = \tan(x)$ donde el miembro izquierdo esté definido. Explicita las restricciones y compara los dominios de ambos miembros.

11 No perder soluciones

1.º Bachillerato · Ciencias · ~6 min · [Practicar online](#)

Resuelve $2 \sin^2(x) - \sin(x) = 0$ en $[0, 2\pi)$. Escribe la solución general y explica qué sucede si divides directamente entre $\sin(x)$.

12 Una sustitución trigonométrica

1.º Bachillerato · Ciencias · ~7 min · [Practicar online](#)

Resuelve $\cos(2x) + 3 \cos(x) + 1 = 0$ en $[0, 2\pi)$. Comprueba los candidatos de la ecuación auxiliar y escribe la solución general.

Soluciones razonadas

01 Sin calculadora

La mitad de un equilátero da $\sin 30^\circ = 1/2$ y $\cos 60^\circ = 1/2$. El rectángulo isósceles da $\tan 45^\circ = 1$. Entonces $2 \cdot (1/2) + 1/2 - 1 = 1/2$.

Resultado: $1/2$

02 De grados a radianes

$150^\circ = 150\pi/180 = 5\pi/6$ rad. La longitud es $6 \cdot 5\pi/6 = 5\pi$ cm. El área es $r^2\alpha/2 = 36 \cdot (5\pi/6)/2 = 15\pi$ cm².

Resultado: $5\pi/6$ rad; 5π cm; 15π cm²

03 El cuadrante importa

$\cos \alpha$ es negativo, por lo que $\cos \alpha = -4/5$ y $\tan \alpha = -3/4$. Para $\pi - \alpha$, seno $3/5$ y coseno $4/5$. Para $\pi + \alpha$, seno $-3/5$ y coseno $4/5$. Las identidades de reducción conservan o cambian el signo según la simetría del círculo.

Resultado: $\cos \alpha = -4/5$; $\tan \alpha = -3/4$; reducciones: $(3/5, 4/5)$, $(-3/5, 4/5)$

04 Una rampa

$\sin \alpha = 3/5$, así que $\alpha = \arcsin(3/5) \approx 36,9^\circ$. Por Pitágoras, la longitud horizontal es $\sqrt{(25 - 9)} = 4$ m. La altura y la hipotenusa no deben intercambiarse.

Resultado: $36,9^\circ$; 4 m

05 La altura de una torre

Si H es la altura, $\tan 35^\circ = (H - 1,5)/24$. Por tanto $H = 1,5 + 24 \tan 35^\circ \approx 18,30498$ m, que al centímetro es 18,30 m. No se olvida la altura del instrumento.

Resultado: 18,30 m

06 Dos ángulos y un lado

$C = 75^\circ$. Por el teorema del seno, $b = 8 \sin 60^\circ / \sin 45^\circ = 4\sqrt{6}$ cm. Como $\sin 75^\circ = (\sqrt{6} + \sqrt{2})/4$, $c = 8 \sin 75^\circ / \sin 45^\circ = 4(\sqrt{3} + 1)$ cm.

Resultado: $C = 75^\circ$; $b = 4\sqrt{6}$; $c = 4(\sqrt{3} + 1)$

07 Dos lados y el ángulo comprendido

$a^2 = 7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10 \cos 60^\circ = 79$, por lo que $a = \sqrt{79}$ cm. El área es $(7 \cdot 10 \sin 60^\circ)/2 = 35\sqrt{3}/2$ cm².

Resultado: $\sqrt{79}$ cm; $35\sqrt{3}/2$ cm²

08 ¿Cuántos triángulos hay?

La altura es $h = 8 \sin 30^\circ = 4$. Para $a = 3$ no existe triángulo; para $a = 4$ hay uno rectángulo; para $a = 6$ hay dos; para $a = 9$ hay uno. Cuando $a = 6$, $\sin B = 2/3$: $B_1 \approx 41,81^\circ$, $C_1 \approx 108,19^\circ$, $c_1 \approx 11,40$ cm; $B_2 \approx 138,19^\circ$, $C_2 \approx 11,81^\circ$, $c_2 \approx 2,46$ cm. En cada caso $c = 12 \sin C$. Con $a = 9$ el ángulo suplementario haría superar 180° al sumar A y B , y se descarta.

Resultado: Número: 0, 1, 2, 1; dos triángulos para $a = 6$

09 Combinar ángulos

$\sin 75^\circ = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = (\sqrt{6} + \sqrt{2})/4$. Para β , $\sin \beta = 1/\sqrt{5}$ y $\cos \beta = 2/\sqrt{5}$. Así $\sin 2\beta = 2 \sin \beta \cos \beta = 4/5$ y $\cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta = 3/5$.

Resultado: $(\sqrt{6} + \sqrt{2})/4$; $4/5$; $3/5$

10 Una identidad con restricciones

$1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$ y $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. El cociente es $\tan x$ cuando $\sin x$ y $\cos x$ no son cero. El miembro izquierdo exige x distinto de $k\pi/2$, k entero; $\tan x$ solo exige x distinto de $\pi/2 + k\pi$. En $x = k\pi$, $\tan x$ existe pero el cociente original no. La identidad es válida en el dominio común original, no amplía ese dominio.

Resultado: Igualdad para x distinto de $k\pi/2$

11 No perder soluciones

$\sin x(2 \sin x - 1) = 0$. En $[0, 2\pi)$: $x = 0, \pi/6, 5\pi/6, \pi$. En general $x = k\pi$, o $x = \pi/6 + 2k\pi$, o $x = 5\pi/6 + 2k\pi$, k entero. Dividir entre $\sin x$ eliminaría todas las soluciones $x = k\pi$.

Resultado: $0, \pi/6, 5\pi/6, \pi$; familias periódicas

12 Una sustitución trigonométrica

Se obtiene $2t^2 + 3t = 0$, $t = 0$ o $t = -3/2$. El segundo es imposible porque $-1 \leq \cos x \leq 1$. Para $\cos x = 0$, en $[0, 2\pi)$ se tienen $\pi/2$ y $3\pi/2$. La solución general es $x = \pi/2 + k\pi$, k entero.

Resultado: $\pi/2$ y $3\pi/2$; $x = \pi/2 + k\pi$