

Método de Gauss para determinar el tipo de sistema

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$$

1. Escribe la matriz aumentada

$[A^*] = [\text{matriz de coeficientes} \mid \text{columna de términos independientes}]$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{array} \right]$$

2. Aplica el método de Gauss (reducción por filas)

Haz ceros debajo de cada pivote con:

- \leftrightarrow Intercambio de filas
- \times Multiplicación de fila por escalar
- $+$ Suma/resta de filas

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{array} \right] \xrightarrow{F_2 - 2F_1} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

3. Cuenta filas no nulas

- $\text{rg}(A)$: número de filas no nulas en la matriz de coeficientes
- $\text{rg}(A^*)$: número de filas no nulas en la matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad \text{Rg}(A) = 1$$

$\text{Rg}(A^*) = 1$

4. Aplica el teorema de Rouché-Frobenius

$\rightarrow \text{rg}(A) = \text{rg}(A^*) = 1 < 2 \rightarrow$ compatible indeterminado

Condición	Tipo de sistema
$\text{rg}(A) = \text{rg}(A^*) = n^\circ$ incógnitas	<input checked="" type="checkbox"/> Compatible determinado
$\text{rg}(A) = \text{rg}(A^*) < n^\circ$ incógnitas	<input checked="" type="checkbox"/> Compatible indeterminado
$\text{rg}(A) \neq \text{rg}(A^*)$	<input checked="" type="checkbox"/> Incompatible

Sistema Compatible Determinado (SCD)

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \quad \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{F_2 - 2F_1} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -2 \end{array} \right]$$

$\text{Rg}(A) = 2 \quad \text{Rg}(A^*) = 2 \quad \boxed{\text{SCD}}$

$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ -3y = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \quad x + \frac{2}{3} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Sistema Compatible Indeterminado (SCI)

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x + 2y = 4 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 2F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$\text{Rg}(A) = 1 \quad \text{Rg}(A^*) = 1 \quad \boxed{\text{SCI}}$

$y = \lambda \quad x + \lambda = 2 \Rightarrow x = 2 - \lambda$

Sistema Incompatible (SI)

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x + 2y = 5 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 2F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$\text{Rg}(A) = 1 \quad \text{Rg}(A^*) = 2 \quad \boxed{\text{SI}}$