

Números reales y complejos

Problemas reales por convocatoria - 1º Bachillerato Ciencias

Cada página procede de una convocatoria oficial o de una recopilación identificada y se conserva como imagen para respetar la notación matemática original.



Model 1

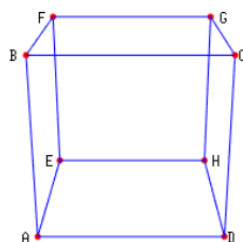
Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada problema es puntua sobre 10 punts. Supposem que P_1 , P_2 , P_3 i P_4 son les qualificacions dels problemes sobre 10. La qualificació final s'obté d'aplicar la fórmula següent: $\frac{4}{15} \cdot (P_1 + P_2 + P_3) + \frac{1}{5} \cdot P_4$. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Les edats d'en Joan, en Miquel i en Gabriel sumen 70 anys. L'edat d'en Joan, el doble de l'edat d'en Miquel i el triple de l'edat d'en Gabriel sumen 160 anys i l'edat d'en Gabriel igual la suma de les edats d'en Joan i en Miquel. Calculeu les edats d'en Joan, en Miquel i en Gabriel (7 punts) i quin any va néixer cadascun. (3 punts)
2. Entre dues torres de 15 i 25 metres d'alçada, respectivament, hi ha una distància de 30 metres. Enmig de les dues torres hi hem de posar una altra torreta de 5 metres d'alçada i hem d'estendre un cable que uneixi els extrems de dalt de la primera torre amb la torreta i els extrems de dalt d'aquesta amb la segona torre. On hem de situar la torreta de 5 metres perquè la longitud total del cable sigui mínima? (7 punts). Què val la llargada del cable en aquest cas? (3 punts)
3. Considerem el cub que apareix a la figura adjunta. Supposem que el punt C té coordenades (1,1,1), les arestes del cub són paral·leles als eixos coordenats (o sigui, l'aresta AE és paral·lela a l'eix X, l'aresta AD, a l'eix Y i l'aresta AB, a l'eix Z) i els costats del cub tenen llargada 2. Calculeu el pla que passa pels punts A, E, C i G (7 punts) i la recta perpendicular al pla anterior que passa pel punt D. (3 punts)



4. El temps que un alumne pot estar concentrat i escoltar el professor en una classe de Matemàtiques es modela com una distribució normal de mitjana 15 minuts i desviació típica 5 minuts.
 - a) Calculeu la probabilitat que un alumne estigui concentrat més de 20 minuts. (3 punts)
 - b) Calculeu la probabilitat que un alumne estigui concentrat entre 10 i 30 minuts. (3 punts)
 - c) Ens diuen que la probabilitat que un alumne estigui concentrat més de x minuts val 0.75. Calculeu aquest valor de x minuts. (4 punts)



Model 1

OPCIÓ B

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{aligned} ax + y - 2z &= -1, \\ -x + ay + z &= 2, \\ 3x + y - z &= 0, \\ y + z &= 3. \end{aligned} \right\}$$

(6 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas en què sigui compatible

(4 punts)

2. Considerem la funció $f(x) = x \cdot |x - 1|$. Feu un dibuix aproximat de la funció anterior en l'interval $[0, 2]$. (6 punts). Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció anterior i l'eix de les X. (4 punts)

3. Donats els punts $A(1, 0, 3)$ i $B(1, 3, 4)$, determineu els punts situats en el pla $z = 1$ que formin amb els punts A i B un triangle equilàter. (6 punts) Calculeu el volum del tetraedre format pels 3 punts anteriors i l'origen de coordenades. (4 punts)

4. Suposem que els estudiants de la UIB només tenen dos sistemes operatius als seus telèfons mòbils: Android i IOS (el dels iPhone). El 80% dels estudiants de la UIB tenen el sistema operatiu Android. El 25% de les al·lotes estudiants de la UIB tenen IOS al seu telèfon mòbil i el 45% dels estudiants de la UIB són al·lots.

- a) Calculeu la probabilitat que un al·lot de la UIB tingui IOS al seu telèfon mòbil. (6 punts)
- b) Calculeu la probabilitat que un estudiant que tingui Android al telèfon mòbil sigui al·lota. (4 punts)



Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada problema es puntua sobre 10 punts. Supposem que P_1 , P_2 , P_3 i P_4 son les qualificacions dels problemes sobre 10. La qualificació final s'obté d'aplicar la fórmula següent: $\frac{4}{15} \cdot (P_1 + P_2 + P_3) + \frac{1}{5} \cdot P_4$. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{array}{l} mx + 3z = m, \\ x + 2y - z = 1, \\ 2x + y - z = 2. \end{array} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas o els casos en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

2. El nombre de litres per metre quadrat que va ploure en un determinat lloc ve donat per la funció següent:

$$Q(t) = -\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10,$$

on t ve donat en dies i va des del dia $t = 1$ (dilluns) fins al dia $t = 8$ (dilluns de l'altra setmana).

- a) Determinau el dia de la setmana que va ploure més i el que va ploure menys. Quants de litres per metre quadrat va ploure aquests dos dies? (6 punts)
b) Feu un petit dibuix de la funció anterior durant els 8 dies. (4 punts)

3. Donades les rectes $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ i $s : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$,

- a) demostrau que es creuen. (4 punts)
b) calculau la distància entre les rectes. (6 punts)

4. Llançam dos daus de 6 cares no trucats i consideram els esdeveniments següents:

S_7 : "la suma dels resultats dels dos daus és 7".

P : "el producte dels resultats dels dos daus és imparell".

- a) Calculau les probabilitats que passin els esdeveniments anteriors. (6 punts)
b) Són independents S_7 i P ? Raonau la resposta. (4 punts)

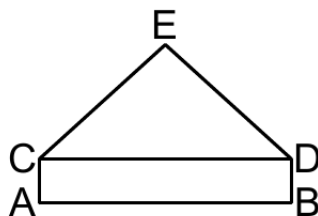


Model 2

OPCIÓ B

1. Tenim tres aixetes per omplir un dipòsit d'aigua i suposam que el cabal que cau per cada aixeta és constant. Si fem servir l'aixeta 1, tardam 10 hores per omplir el dipòsit, si fem servir les aixetes 1 i 2, tardam 4 hores, i si les fem servir totes tres, tardam una hora. Suposant que la suma dels cabdals de les tres aixetes és 10 litres per minut, calculau el cabdal de l'aigua de cada aixeta (8 punts) i el volum del dipòsit (2 punts).

2. Hem de dissenyar una finestra com la que surt a la figura adjunta, o sigui, el polígon ACEDB, de 30 metres de perímetre. Es tracta d'un rectangle amb un triangle equilàter damunt. Calculau les dimensions del rectangle perquè l'àrea de la finestra sigui màxima. (10 punts)



3. Considerem les rectes següents dependents d'un paràmetre λ :

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda t, \\ y = -1 + t, \\ z = 3 - 2t. \end{cases}, \quad s : \frac{x-2}{\lambda} = \frac{y}{2\lambda} = \frac{z-3}{-1}.$$

- a) Calculau el valor de λ perquè r i s es tallin. (7 punts)
b) Calculau el punt d'intersecció pe al valor de λ calculat. (3 punts)

4. El test d'intel·ligència (CI) és una prova que en teoria mesura la intel·ligència de l'individu i dona un valor que aproximadament té de mitjana 100. O sigui, el nivell 100 se suposa que és el nivell d'intel·ligència d'una persona normal. Suposem ara que el nivell d'intel·ligència d'una determinada població segueix una distribució normal de mitjana 100 i desviació típica 10.

- a) Calculau el percentatge de la població que es considera superdotada. Una persona es considera superdotada si té un nivell d'intel·ligència superior a 130. (3 punts)
b) Calculau el percentatge de la població amb un nivell d'intel·ligència entre 90 i 110. (3 punts)
c) Ens diuen que el 70% de la població té un nivell d'intel·ligència menor que un cert llinar. Calculau aquest llinar. (4 punts)

3.– (2 puntos) El 50 % de los habitantes de una localidad tienen más de 65 años y el 10 % tienen menos de 18 años. El 60 % de los mayores de 65 años, así como el 80 % de los menores de 18 y el 40 % del resto de los habitantes, utilizan el complejo de piscinas local.

- (I) Elegido al azar un habitante de la localidad, calcule la probabilidad de que utilice el complejo de piscinas local.
- (II) Elegido al azar un habitante de la localidad que no utiliza el complejo de piscinas local, halle la probabilidad que tenga más de 65 años.

4.– (3 puntos) Sea la función $f(x) = (8 - x^2)^{1/3}$. Para ella estudie:

- (I) El dominio, la continuidad y las asíntotas.
- (II) La derivabilidad, los extremos relativos y la monotonía.
- (III) La curvatura y los puntos de inflexión. Dibuje la gráfica de f destacando los elementos anteriores.

3.– (2 puntos) El 50 % de los habitantes de una localidad tienen más de 65 años y el 10 % tienen menos de 18 años. El 60 % de los mayores de 65 años, así como el 80 % de los menores de 18 y el 40 % del resto de los habitantes, utilizan el complejo de piscinas local.

(I) Elegido al azar un habitante de la localidad, calcule la probabilidad de que utilice el complejo de piscinas local.

(II) Elegido al azar un habitante de la localidad que no utiliza el complejo de piscinas local, halle la probabilidad que tenga más de 65 años.

4.– (3 puntos) Sea la función $f(x) = (8 - x^2)^{1/3}$. Para ella estudie:

(I) El dominio, la continuidad y las asíntotas.

(II) La derivabilidad, los extremos relativos y la monotonía.

(III) La curvatura y los puntos de inflexión. Dibuje la gráfica de f destacando los elementos anteriores.



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA:	JUNY 2017	CONVOCATORIA:	JUNIO 2017
Assignatura:	MATEMÀTIQUES II	Asignatura:	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:

Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:

Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Es dona el sistema d'equacions
$$\begin{cases} x + ay + 2z = a \\ 2x + ay \quad \quad z = 2 \\ ax \quad \quad y + 2z = a \end{cases}$$
, dependent del paràmetre real a .

Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

- La solució del sistema quan $a = 2$. (3 punts)
- Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és compatible i determinat. (3 punts)
- El valor del paràmetre a per al qual el sistema és compatible i indeterminat, i obteniu totes les solucions del sistema per a aquest valor de a . (2 punts)

Problema A.2. Es donen el punt $P = (1, 1, 1)$, la recta $r: \begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi: x + y + z = 1$. Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, les equacions corresponents a:

- El pla que conté el punt P i la recta r . (2 punts)
- La recta s que passa pel punt P i és perpendicular al pla π , la distància del punt P al pla π i el punt d'intersecció de la recta s amb el pla π . (2+2+2 punts)
- El pla que conté la recta r i és perpendicular al pla π . (2 punts)

Problema A.3. Volem unir un punt M , situat en una banda d'un carrer de 6 m d'amplària, amb el punt N , situat a l'altra banda del carrer, 18 m més avall, per mitjà de dos cables rectes, l'un des d' M fins a un punt P situat a l'altra banda del carrer, i l'altre des del punt P fins al punt N . En representar el carrer en un sistema cartesià obtenim que $M = (0, 6)$, $P = (x, 0)$ i $N = (18, 0)$. El cable MP ha de ser més gruixut perquè travessa el carrer sense suports intermedis, i té un preu de 10 €/m. El preu del cable PN és de 5 €/m.

Obteniu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

- El cost total C dels dos cables en funció de l'abscissa x del punt P , quan $0 \leq x \leq 18$. (3 punts)
- El valor d' x , amb $0 \leq x \leq 18$, per al qual el cost total C és mínim. (4 punts)
- El valor d'aquest cost total mínim. (3 punts)

OPCIÓ B

Problema B.1. Obteniu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) La comprovació que $C^2 = 2C - I$, en què $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ i I és la matriu identitat d'ordre 3, (2,5 punts)
i el càlcul de la matriu C^4 . (2,5 punts)
- b) El valor del determinant de la matriu $(3A^4)(4A^2)^{-1}$, sabent que A és una matriu quadrada de quatre columnes el determinant de la qual val 1. (3 punts)
- c) La matriu B que admet inversa i que verifica la igualtat $BB = B$. (2 punts)

Problema B.2. Siga T un tetraedre de vèrtexs $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$ i $C = (0, 3, 0)$.

Obteniu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) L'equació del pla π que conté els punts A , B i C , (1 punt),
i les equacions de la recta h_O perpendicular a π que passa per O . (2 punts)
- b) El punt d'intersecció de l'altura h_O i el pla π . (3 punts)
- c) L'àrea de la cara dels vèrtexs de la qual són els punts A , B i C , (2 punts),
i el volum del tetraedre T . (2 punts)

Problema B.3. Donada la funció f definida per $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, per a qualsevol valor real $x \neq 0$, es demana que obtingueu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció f , (2 punts)
i els extrems relatius de la funció f . (1 punt)
- b) Les asímptotes de la corba $y = f(x)$. (3 punts)
- c) L'àrea de la regió plana limitada per la corba $y = \frac{x^2 + 1}{x}$, l'eix x i les rectes $x = 1$ i $x = e$, (4 punts)
el segment que uneix els punts $(1, 0)$ i $(e, 0)$, i les rectes $x = 1$ i $x = e$.

OPCIÓN B

Problema B.1. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La comprobación de que $C^2 = 2C - I$, siendo $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3, (2,5 puntos)
 y el cálculo de la matriz C^4 . (2,5 puntos)
- b) El valor del determinante de la matriz $(3A^4)(4A^2)^{-1}$, sabiendo que A es una matriz cuadrada de cuatro columnas cuyo determinante vale -1 . (3 puntos)
- c) La matriz B que admite inversa y que verifica la igualdad $BB = B$. (2 puntos)

Problema B.2. Sea T un tetraedro de vértices $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$ y $C = (0, 3, 0)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La ecuación del plano π que contiene a los puntos A, B y C , (1 punto)
 y las ecuaciones de la recta h_O perpendicular a π que pasa por O . (2 puntos)
- b) El punto de intersección de la altura h_O y el plano π . (3 puntos)
- c) El área de la cara cuyos vértices son los puntos A, B y C , (2 puntos)
 y el volumen del tetraedro T . (2 puntos)

Problema B.3. Dada la función f definida por $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, para cualquier valor real $x \neq 0$, se pide obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f , (2 puntos)
 y los extremos relativos de la función f . (1 punto)
- b) Las asíntotas de la curva $y = f(x)$. (3 puntos)
- c) El área de la región plana limitada por la curva $y = \frac{x^2 + 1}{x}$, $1 \leq x \leq e$, (4 puntos)
 el segmento que une los puntos $(1, 0)$ y $(e, 0)$, y las rectas $x = 1$ y $x = e$.

Hallar la matriz $AB = \begin{pmatrix} 0 & 15 \\ 6 & -13 \end{pmatrix}$ y $AB - I = \begin{pmatrix} -1 & 15 \\ 6 & -14 \end{pmatrix}$ (0.5 pts)

Hacer operaciones y obtener $X = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 15 \\ 11 & -13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{15}{2} \\ \frac{11}{2} & -\frac{13}{2} \end{pmatrix}$ (0.75 pts)

3.- Estudiar la posición relativa de los planos

$$\alpha: 2x + 3y - 5z + 7 = 0$$

$$\beta: 3x + 2y + 3z - 1 = 0$$

$$\gamma: 7x + 8y - 7z + 13 = 0$$

Criterios

Discutir el rango de la matriz C de coeficientes y de la matriz ampliada A

[OJO: 3ª fila = (1ª fila) · 2 + 2ª fila]

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 3 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & -7 \end{pmatrix} \quad \det C = 0 \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -5 \neq 0 \rightarrow \text{rg} C = 2 \quad (1 \text{ pto})$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 & 7 \\ 3 & 2 & 3 & -1 \\ 7 & 8 & -7 & 13 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & -1 \\ 7 & 8 & 13 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \text{rg} A = 2 \quad (1 \text{ pto})$$

$\text{rg} C = \text{rg} A = 2$, los tres planos se cortan en una recta (0.5 pts)

4.- Tres fábricas A, B y C, producen respectivamente el 30%, 20% y 50% de los motores agrícolas que se demandan en la industria. Los inspectores de calidad saben, que son defectuosos el 5% de los motores producidos por la fábrica A, el 20% de los producidos por la fábrica B y 10% de los que se fabrican en la C.

a) Un inspector de calidad elige un motor al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuoso?

b) Si el inspector comprueba que el motor agrícola que elige está defectuoso, cual es la probabilidad de que no haya sido producido por la fábrica C?

Criterios

Definimos los sucesos: (0.25 pts)

A = "el motor se produce en la fábrica A"

B = "el motor se produce en la fábrica B"



PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
206 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2018

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

- a) [1 p.] Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su inversa.
- b) [1,5 p.] Determine la matriz X que cumple la ecuación $AX = A + A^T$, donde A^T es la matriz traspuesta de A .

CUESTIÓN A.2: Calcule los siguientes límites:

- a) [1 p.] $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 - 2})$.
- b) [1 p.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x + \sin x)}{x}$.

CUESTIÓN A.3:

- a) [1 p.] Calcule la siguiente integral indefinida $\int \sin x e^{\cos x} dx$.
- b) [0,5 p.] Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = \pi/2$, y la gráfica de la función $f(x) = \sin x e^{\cos x}$.

CUESTIÓN A.4: Considere las rectas r y s dadas por la siguientes ecuaciones:

$$r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + 3y + 5z = 1 \end{cases} \quad y \quad s: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}.$$

- a) [1,25 p.] Compruebe que ambas rectas son paralelas.
- b) [1,25 p.] Determine la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a ambas rectas.

CUESTIÓN A.5: En una clase hay 40 estudiantes, de los cuales 25 son chicas y el resto son chicos. Además, 30 estudiantes han aprobado las matemáticas, de los cuales 10 son chicos.

- a) Elegido un estudiante al azar, se pide:
 - a.1) [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que no haya aprobado las matemáticas?
 - a.2) [0,5 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y haya aprobado las matemáticas?
- b) [0,5 p.] Si se elige un estudiante que ha aprobado las matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que sea una chica?



Universitat
de les Illes Balears

Proves d'accés
a la Universitat

Matemàtiques II

2018

Model 3

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{array}{rcl} 4x + my + z & = & m + 2, \\ x + y + mz & = & -2(m + 1), \\ 4x + y + z & = & m. \end{array} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas en què $m = 0$.

(3 punts)

2. Considerem la funció $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$. Feu un dibuix aproximat de la funció anterior en l'interval $[-1, 1]$. (5 punts). Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció anterior, l'eix de les X i les rectes verticals $x = -\frac{1}{2}$ i $x = \frac{1}{2}$. (5 punts)

3. Determineu els punts A, B i C de la recta $x - 12 = \frac{y+6}{2} = \frac{z-6}{3}$ que estan als plans coordenats (6 punts) i determineu quin d'aquests tres punts, A, B, C, està situat entre els altres dos. (4 punts)

4. Volem fer un estudi de les opinions polítiques dels estudiants de primer curs de la UIB. Per això, hem agafat una mostra representativa de 500 estudiants de primer curs i els hem demanat quin partit polític varen votar a les darreres eleccions. Dels 500 estudiants, 200 varen respondre que varen votar el PP, 100 el PSIB i la resta altres formacions polítiques. Sabent que 200 dels estudiants eren al·lots, que el 40% dels votants del PP són al·lots i que el 50% dels votants del PSIB són al·lots, es demana:

- a) La probabilitat que un estudiant hagi votat altres formacions polítiques i sigui al·lot. (4 punts)
 b) La probabilitat que un estudiant al·lot hagi votat el PP. (2 punts)
 c) La probabilitat que un estudiant que ha votat altres formacions polítiques sigui al·lot. (4 punts)



Model 3

OPCIÓ B

1. Considerem les matrius $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Trobau la matriu $\mathbf{X}$ que verifica:
(10 punts)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{Id} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Trobau els valors a , b i c per tal que la funció

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 5, & \text{si } x < 2, \\ cx + 1, & \text{si } x \geq 2, \end{cases}$$

verifiqui les hipòtesis del teorema de Rolle en l'interval $[0, 4]$ (6 punts). Determinau en quin(s) punt(s) se verifica el que assegura el teorema. (4 punts)

3. El pla perpendicular al punt mig del segment d'extrems $P(0, 3, 8)$ i $Q(2, 1, 6)$ talla als eixos coordenats en els punts A, B i C. Trobau l'àrea del triangle ABC. (10 punts).

4. Considerem la població d'estudiants que han aprovat la selectivitat en la convocatòria de juny un any determinat. Sigui X la variable aleatòria que modela la proporció d'estudiants de la població anterior que escull estudiar un grau d'humanitats. Aquesta variable aleatòria X es modela amb una distribució normal de mitjana 0.35 i desviació típica 0.1. Es demana:

- quina és la probabilitat que en un any qualsevol més del 45% dels estudiants de la població considerada estudiïn un grau d'humanitats? (5 punts)
- En els darrers 10 anys, en quants anys el percentatge d'estudiants de la població considerada que han escollit estudiar un grau d'humanitats no ha superat el 30%? (5 punts)

3.- a) Halle la ecuación del plano π que pasa por los puntos $A (-1,5,0)$ y $B (0,1,1)$ y es paralelo a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x+2y-3=0 \\ 2y-3z-1=0 \end{cases}$

b) Escribir la ecuación de una recta paralela a la recta r y que pasa por el punto medio del segmento $\overline{AB}$

Criterios

a) Hallamos la ecuación del plano π

Hallamos el vector director de r

(0.75 ptos)

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -6i + 9j + 6k \Rightarrow \vec{v}_r = (-6, 9, 6) \text{ o } \vec{v}_r = (-2, 3, 2)$$

Hallamos el vector $\overrightarrow{AB} = (1, -4, 1)$

(0.25 ptos)

El plano π viene determinado por los vectores $\vec{v}_r = (-2, 3, 2)$ y $\overrightarrow{AB} = (1, -4, 1)$ y el punto A o B

$$\pi \equiv \begin{vmatrix} (x+1) & (y-5) & z \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad \pi \equiv 11x + 4y + 5z - 9 = 0$$

(0.5 ptos)

b) Hallamos el punto medio del segmento $\overline{AB}$; $M(-1/2, 3, 1/2)$

(0.25 ptos)

Hallamos la ecuación de la recta paralela a r y que pasa por el punto medio

$M(-1/2, 3, 1/2)$

$$\text{Ecuación general: } r: \frac{x + \frac{1}{2}}{-2} = \frac{y - 3}{3} = \frac{z - \frac{1}{2}}{2}$$

(0.75 ptos)

4.- Se sabe que el 30% de todos los fallos en las tuberías de plantas químicas son ocasionados por errores del operador.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que, de 20 fallos en una planta química, exactamente 5 se deban a errores del operador?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 2 o más fallos de 20 encontrados en una planta química, se deban a errores del operador?

Criterios

a) Definimos la variable X : "número de fallos por error del operador en 20 fallos en plantas químicas"



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2018	CONVOCATORIA: JUNIO 2018
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:

Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:

Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Tenim el sistema d'equacions
$$\begin{cases} y & z = 1 - a \\ x & + z = 5 \\ ax + y & z = 1 \end{cases}$$
, on a és un paràmetre real.

Obteniu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és compatible determinat (2 punts).
- Les solucions del sistema quan $a = 3$ (4 punts).
- Les solucions del sistema per als valors de a que el fan compatible indeterminat (4 punts).

Solució: a) $a \neq 0$. b) $x = -1$, $y = 2$, $z = 4$. c) El sistema és compatible indeterminat quan $a = 0$. Les solucions del sistema són $x = \alpha - 5$, $y = \alpha + 1$, $z = \alpha$ per a qualsevol α real.

Problema A.2. Donats els punts $A(-1,2,\lambda)$, $B(2,3,5)$ i $C(3,5,3)$, on λ és un paràmetre real, obteniu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- El valor del paràmetre λ perquè el segment AC siga la hipotenusa d'un triangle rectangle de vèrtexs A, B i C (3 punts).
- L'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C quan $\lambda = 6$ (4 punts).
- L'equació del pla que conté el triangle de vèrtexs A, B i C quan $\lambda = 6$ (3 punts).

Solució: a) $\lambda = \frac{5}{2}$, b) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$, c) $y + z - 8 = 0$.

Problema A.3. Es dona la funció $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$. Obteniu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- El domini i les asímptotes de la funció $f(x)$ (2 punts).

- b) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció $f(x)$ (4 punts).
 c) L'àrea limitada per la corba $y = f(x)$, l'eix d'abscisses i les rectes $x = 2$ i $x = 3$ (4 punts).

Solució: a) El domini és $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$. Asímtotes: $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. b) La funció és creixent als intervals $(-\infty, 0)$, $(0, \frac{1}{2})$ i decreixent als intervals $(\frac{1}{2}, 1)$, $(1, +\infty)$. c) L'àrea demanada és $\int_2^3 f(x)dx = \ln\left(\frac{4}{3}\right) \approx 0.287$.

OPCIÓ B

Problema B.1. Siga A una matriu quadrada tal que $A^2 + 2A = 3I$, sent I la matriu identitat. Calculeu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) Els valors de a i b perquè $A^{-1} = aA + bI$ (3 punts).
 b) Els valors de α i β perquè $A^4 = \alpha A + \beta I$ (4 punts).
 c) El determinant de la matriu $2B^{-1}$, sent B una matriu quadrada d'ordre 3 amb determinant 2 (3 punts).

Solució: a) $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{2}{3}$. b) $\alpha = -20$, $\beta = 21$. c) $\det(2B^{-1}) = 4$.

Problema B.2. Es donen el punt $A(5,7,3)$ i la recta $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) La recta s que talla la recta r , passa pel punt A i és perpendicular a la recta r (4 punts).
 b) La distància del punt A a la recta r (3 punts).
 c) La distància del punt $B(1,1,1)$ al pla π que passa per $(3, -1, 0)$ i és perpendicular a r (3 punts).

Solució: a) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-3}{-1}$. b) s talla a r en el punt $P(1,5,4)$, per tant, $d(A, r) = d(A, P) = \sqrt{21}$. c) $\pi: x - 3y - 2z - 6 = 0$. La distància demanada és $d(B, \pi) = \frac{5\sqrt{14}}{7}$.

Problema B.3. Es divideix un filferro de longitud 100 cm en dues parts. Amb una d'elles, de longitud x , es construeix un triangle equilàter i amb l'altra, de longitud $100 - x$, es construeix un quadrat. Es demana obtenir raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) La funció de la variable x que expressa la suma de les àrees del triangle equilàter i del quadrat, sent $0 \leq x \leq 100$ (4 punts).
 b) El valor de x a l'interval $[0, 100]$ per al qual l'esmentada funció (suma de les àrees en funció de x obtinguda a l'apartat a)) assoleix el seu mínim valor (3 punts).
 c) El valor de x a l'interval $[0, 100]$ per al qual l'esmentada funció assoleix el seu màxim valor. Interpretar el resultat obtingut (3 punts).

Solució: a) $f(x) = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + \left(\frac{100-x}{4}\right)^2$, $0 \leq x \leq 100$. b) $x = \frac{900}{4\sqrt{3}+9}$ cm. $\approx 56,50$ cm. c) $x = 0$. En aquest cas tot el filferro s'utilitza per construir el quadrat.



Universitat
de les Illes Balears

Proves d'accés
a la Universitat

Matemàtiques II

2017

Model 1

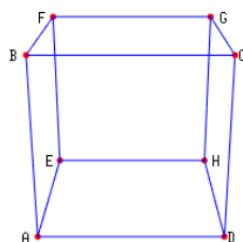
Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada problema es puntua sobre 10 punts. Supposem que P_1 , P_2 , P_3 i P_4 son les qualificacions dels problemes sobre 10. La qualificació final s'obté d'aplicar la fórmula següent: $\frac{4}{15} \cdot (P_1 + P_2 + P_3) + \frac{1}{5} \cdot P_4$. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Les edats d'en Joan, en Miquel i en Gabriel sumen 70 anys. L'edat d'en Joan, el doble de l'edat d'en Miquel i el triple de l'edat d'en Gabriel sumen 160 anys i l'edat d'en Gabriel igual la suma de les edats d'en Joan i en Miquel. Calculeu les edats d'en Joan, en Miquel i en Gabriel (7 punts) i quin any va néixer cadascun. (3 punts)
2. Entre dues torres de 15 i 25 metres d'alçada, respectivament, hi ha una distància de 30 metres. Enmig de les dues torres hi hem de posar una altra torreta de 5 metres d'alçada i hem d'estendre un cable que uneixi els extrems de dalt de la primera torre amb la torreta i els extrems de dalt d'aquesta amb la segona torre. On hem de situar la torreta de 5 metres perquè la longitud total del cable sigui mínima? (7 punts). Què val la llargada del cable en aquest cas? (3 punts)
3. Considerem el cub que apareix a la figura adjunta. Supposem que el punt C té coordenades (1,1,1), les arestes del cub són paral·leles als eixos coordenats (o sigui, l'aresta AE és paral·lela a l'eix X, l'aresta AD, a l'eix Y i l'aresta AB, a l'eix Z) i els costats del cub tenen llargada 2. Calculeu el pla que passa pels punts A, E, C i G (7 punts) i la recta perpendicular al pla anterior que passa pel punt D. (3 punts)



4. El temps que un alumne pot estar concentrat i escoltar el professor en una classe de Matemàtiques es modela com una distribució normal de mitjana 15 minuts i desviació típica 5 minuts.
 - a) Calculeu la probabilitat que un alumne estigui concentrat més de 20 minuts. (3 punts)
 - b) Calculeu la probabilitat que un alumne estigui concentrat entre 10 i 30 minuts. (3 punts)
 - c) Ens diuen que la probabilitat que un alumne estigui concentrat més de x minuts val 0.75. Calculeu aquest valor de x minuts. (4 punts)



Model 1

OPCIÓ B

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{aligned} ax + y - 2z &= -1, \\ -x + ay + z &= 2, \\ 3x + y - z &= 0, \\ y + z &= 3. \end{aligned} \right\}$$

(6 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas en què sigui compatible

(4 punts)

2. Considerem la funció $f(x) = x \cdot |x - 1|$. Feu un dibuix aproximat de la funció anterior en l'interval $[0, 2]$. (6 punts). Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció anterior i l'eix de les X. (4 punts)

3. Donats els punts $A(1, 0, 3)$ i $B(1, 3, 4)$, determineu els punts situats en el pla $z = 1$ que formin amb els punts A i B un triangle equilàter. (6 punts) Calculeu el volum del tetraedre format pels 3 punts anteriors i l'origen de coordenades. (4 punts)

4. Suposem que els estudiants de la UIB només tenen dos sistemes operatius als seus telèfons mòbils: Android i IOS (el dels iPhone). El 80% dels estudiants de la UIB tenen el sistema operatiu Android. El 25% de les al·lotes estudiants de la UIB tenen IOS al seu telèfon mòbil i el 45% dels estudiants de la UIB són al·lots.

- a) Calculeu la probabilitat que un al·lot de la UIB tingui IOS al seu telèfon mòbil. (6 punts)
- b) Calculeu la probabilitat que un estudiant que tingui Android al telèfon mòbil sigui al·lota. (4 punts)