

Matemática financiera

Problemas reales por convocatoria - 1º Bachillerato Sociales

Cada página procede de una convocatoria oficial o de una recopilación identificada y se conserva como imagen para respetar la notación matemática original.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD
CURSO 2016–2017

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

- a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
- b) [1,5 puntos] Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de f . Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$ (sugerencia $t = \sqrt[4]{x}$).

Ejercicio 3.- Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.

- a) [1,5 puntos] Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona la respuesta.
- b) [1 punto] Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (1, 0, 1)$, $\vec{v} = (0, 2, 1)$ y $\vec{w} = (m, 1, n)$.

- a) [1,25 puntos] Halla m y n sabiendo que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.
- b) [1,25 puntos] Para $n = 1$, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 10 unidades cúbicas.



MATEMÁTICAS II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elegir una de ellas y responder **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. Un boxeador ha disputado 20 combates en el año 2016. Por cada combate ganado cobraba 3 mil euros, 2 mil por combate nulo y mil por combate perdido. En total obtuvo 40 mil euros. Si las cantidades cobradas hubieran sido 6 mil euros por combate ganado, 4 mil por nulo y mil por perdido, habría obtenido 72 mil euros.

- a) Plantea, en el campo de los números reales, el sistema de ecuaciones que modeliza el problema en función del número de combates ganados, hechos nulos y perdidos. Y, si es posible, calcúlalos. (1.5 puntos)
- b) Estudia si hay alguna cantidad k que sustituya a los 6 mil euros por combate ganado que hiciera imposible la solución del problema dentro del campo de los números reales. (1 punto)

2. Sean las funciones $f : R \rightarrow R$ y $g : [0; +\infty) \rightarrow R$ definidas por $f(x) = x^2/4$ y $g(x) = 2\sqrt{x}$.

- a) Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g . (1 punto)
- b) Realiza un esbozo del recinto que queda limitado por las gráficas de las funciones entre esos puntos y calcula su área. (1.5 puntos)

3. Dadas las rectas $r : \begin{cases} x + 2y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$ y $s : x + 1 = \frac{y-1}{2} = z$. Calcula:

- a) Un vector director de cada recta. (0.75 puntos)
- b) El ángulo que forman las rectas. (0.75 puntos)
- c) El plano paralelo a las dos rectas y que pasa por el punto $A(1, 2, 1)$. (1 punto)

4. Una urna A contiene tres bolas numeradas del 1 al 3 y otra urna B, seis bolas numeradas del 1 al 6. Se elige, al azar, una urna y se extrae una bola.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bola con el número 1? (1.25 puntos)
- b) Si extraída la bola resulta tener el número 1, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna A? (1.25 puntos)
-

OPCIÓN B

Ejercicio B1

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & m \end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de m la matriz A posee inversa? Estudiar el rango de la matriz en función del parámetro m .

b) Hallar el valor m para que se cumpla la igualdad $A^2 = 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio B2

Calcula la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a la recta

$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{3}$ y que pasa por el punto $A(14, 3, 3)$.

Ejercicio B3

Dada la función $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$

a) ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Para qué intervalos es creciente?

b) Razonar si tiene máximos y mínimos. En caso afirmativo hallarlos.

c) Calcula la recta tangente a dicha curva en el punto cuya abscisa es $x = 0$.

Ejercicio B4

Resolver la siguiente integral: $\int \frac{x^2 + 5}{x^3 - 2x^2 + x} dx$

Ejercicio B5

Un autobús transporta 60 viajeros de tres tipos. Hay viajeros que pagan el billete entero, que vale 1,2 euros. Otro grupo de viajeros abona el 80% y un tercer grupo abona el 50%. La recaudación del autobús fue de 46,56 euros.

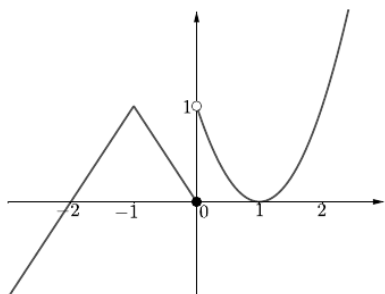
Calcular el número de viajeros de cada clase sabiendo que el número de los viajeros con mayor descuento es el doble que el número del resto de viajeros.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado: 20 euros diarios en Francia, 25 euros diarios en Alemania y 30 euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado: 20 euros diarios en Francia, 15 euros diarios en Alemania y 25 euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado 8 euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido 765 euros por persona, que ha durado 15 días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.



El dibujo adjunto muestra la gráfica de una función $y = f(x)$. Usando la información de la figura, se pide:

- (0.5 puntos) Indicar los valores de $f(-1)$ y $f'(1)$.
- (1 punto) Justificar, usando límites laterales, si f es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.
- (0.5 puntos) Indicar razonadamente si f es derivable en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.
- (0.5 puntos) Determinar el valor de $\int_{-2}^0 f(x) dx$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados el punto $P(0, -1, 1)$ y la recta r , que pasa por el punto $Q(1, 0, 1)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (0, 1, 2)$, se pide:

- (0.5 puntos) Hallar la ecuación implícita del plano que contiene a r y pasa por P .
- (0.5 puntos) Encontrar el punto S contenido en r tal que el vector $\vec{SP}$ sea perpendicular a la recta r .
- (1.5 puntos) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son el punto P y dos puntos T_1, T_2 , contenidos en la recta r , que están a distancia $\sqrt{5}$ de P .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media $\mu = 8.5$ y desviación típica $\sigma = 2.5$. Se pide:

- (1.25 puntos) Calcular el valor a tal que $P(X \leq a) = 0.05$.
- (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que la variable tome un valor comprendido entre 8 y 9.3.

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**
CURSO 2017–2018

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina $k \neq 0$ sabiendo que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

es derivable.

Ejercicio 2.- Considera las funciones f y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $g(x) = -\frac{x^2}{4}$ y $f(x) = 3 - x^2$.

- a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$ y comprueba que también es tangente a la gráfica de g . Determina el punto de tangencia con la gráfica de g .
- b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la recta $y = 4 - 2x$ y las gráficas de f y g . Calcula todos los puntos de corte entre las gráficas (y la recta).
- c) [0,75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.-

a) [1,5 puntos] Justifica que es posible hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes restricciones:

- utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros;
- se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas;
- tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) [1 punto] Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -1, 3)$ y el plano π de ecuación $3x + 2y + z = 5$.

- a) [1,75 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de π .
- b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de P a π .

 Universidad Carlos III de Madrid	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2017-2018 MATERIA: MATEMÁTICAS II	
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada. CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. TIEMPO: 90 minutos. OPCIÓN A Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos. Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + my = 1 \\ -2x - (m+1)y + z = -1 \\ x + (2m-1)y + (m+2)z = 2+2m, \end{cases}$ se pide: (2 puntos) Discutir el sistema en función del parámetro m. (0.5 puntos) Resolver el sistema en el caso $m = 0$. Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos. (1.5 puntos) En un experimento en un laboratorio se han realizado 5 medidas del mismo objeto, que han dado los resultados siguientes: $m_1 = 0.92$, $m_2 = 0.94$, $m_3 = 0.89$, $m_4 = 0.90$, $m_5 = 0.91$. Se tomará como resultado el valor de x tal que la suma de los cuadrados de los errores sea mínima. Es decir, el valor para el que la función $E(x) = (x - m_1)^2 + (x - m_2)^2 + \dots + (x - m_5)^2$ alcanza el mínimo. Calcule dicho valor x. (1 punto) Aplique el método de integración por partes para calcular la integral $\int_1^2 x^2 \ln(x) dx$, donde $\ln$ significa logaritmo neperiano. Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos. Dados los planos $\pi_1 \equiv 4x + 6y - 12z + 1 = 0$, $\pi_2 \equiv -2x - 3y + 6z - 5 = 0$, se pide: (1 punto) Calcular el volumen de un cubo que tenga dos de sus caras en dichos planos. (1.5 puntos) Para el cuadrado de vértices consecutivos $ABCD$, con $A(2, 1, 3)$ y $B(1, 2, 3)$, calcular los vértices C y D, sabiendo que C pertenece a los planos π_2 y $\pi_3 \equiv x - y + z = 2$. Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos. El 60% de las ventas en unos grandes almacenes corresponden a artículos con precios rebajados. Los clientes devuelven el 15% de los artículos que compran rebajados, porcentaje que disminuye al 8% si los artículos han sido adquiridos sin rebajas. (1.25 puntos) Determine el porcentaje global de artículos devueltos. (1.25 puntos) ¿Qué porcentaje de artículos devueltos fueron adquiridos con precios rebajados?		



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD
CURSO 2016–2017

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

- a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
- b) [1,5 puntos] Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de f . Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$ (sugerencia $t = \sqrt[4]{x}$).

Ejercicio 3.- Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.

- a) [1,5 puntos] Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona la respuesta.
- b) [1 punto] Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (1, 0, 1)$, $\vec{v} = (0, 2, 1)$ y $\vec{w} = (m, 1, n)$.

- a) [1,25 puntos] Halla m y n sabiendo que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.
- b) [1,25 puntos] Para $n = 1$, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 10 unidades cúbicas.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de patatas y pagó un total de 19 euros. Al mirar la cuenta comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de patatas de más. Reclamó y le devolvieron 4 euros.

Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo 3 euros, lo que suponía un descuento del 40 % respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios sin descuento de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de patatas?

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}$, se pide:

- a) (0.5 puntos) Determinar su dominio.
- b) (1.5 puntos) Determinar sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- c) (0.5 puntos) Calcular los límites laterales $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados el punto $A(2, 1, 0)$ y el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 4z = 36$, se pide:

- a) (0.75 puntos) Determinar la distancia del punto A al plano π .
- b) (1 punto) Hallar las coordenadas del punto del plano π más próximo al punto A .
- c) (0.75 puntos) Hallar el punto simétrico de A respecto al plano π .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un 80 % de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontánea es del 10 %. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.

- a) (1 punto) Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.
- b) (1.5 puntos) Si un paciente elegido al azar ha mejorado, hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato
para el acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2019-2020

MATEMÁTICAS II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

Bloque 1.A Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería en la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.

- ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? (1.25 puntos)
- Además, si los precios del libro, la calculadora y el estuche hubieran sido, respectivamente, un 50 %, un 80 % y un 75 % de los precios iniciales de cada artículo, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio inicial de cada artículo. (1.25 puntos)

Bloque 1.B Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

- Discute el rango de A según los valores de $m \in \mathbb{R}$. (1 punto)
- ¿Qué dimensiones ha de tener la matriz X para que sea posible la ecuación $A \cdot X = B$? (0.5 puntos)
- Calcula la matriz X del apartado anterior para $m = 0$. (1 punto)

Bloque 2.A Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

- Halla los puntos de corte de la función con el eje de abscisas y, si existen, los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión. (1 punto)
- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad. Esboza una gráfica de la función. (1 punto)
- Calcula la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$. (0.5 puntos)

Bloque 2.B Sea la función $f(x) = 4 - x^2$

- Su gráfica determina con el eje de abscisas un recinto limitado D . Calcula su área. (1 punto)
- La gráfica de la función $g(x) = 3x^2$ divide D en tres partes D_1 , D_2 y D_3 . Haz un dibujo de los tres recintos. (0.75 puntos)
- Calcula el área del recinto D_2 que contiene al punto $P(0, 1)$. (0.75 puntos)

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Según informa la Asociación Empresarial de Acuicultura de España, durante el año 2016 se comercializaron en España doradas, lubinas y rodaballos por un total de 275.8 millones de euros. En dicho informe figura que se comercializaron un total de 13740 toneladas de doradas y 23440 toneladas de lubinas. En cuanto a los rodaballos, se vendieron 7400 toneladas por un valor de 63.6 millones de euros. Sabiendo que el kilo de dorada fue 11 céntimos más caro que el kilo de lubina, se pide calcular el precio del kilo de cada uno de los tres tipos de pescado anteriores.

B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ (x-1)^3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) (0.5 puntos) Estudie su continuidad en $[-4, 4]$.
- b) (1 punto) Analice su derivabilidad y crecimiento en $[-4, 4]$.
- c) (1 punto) Determine si la función $g(x) = f'(x)$ está definida, es continua y es derivable en $x = 1$.

B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados los puntos $P(-3, 1, 2)$ y $Q(-1, 0, 1)$ y el plano π de ecuación $x + 2y - 3z = 4$, se pide:

- a) (1 punto) Hallar la proyección de Q sobre π .
- b) (0.5 puntos) Escribir la ecuación del plano paralelo a π que pasa por el punto P .
- c) (1 punto) Escribir la ecuación del plano perpendicular a π que contiene a los puntos P y Q .

B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se consideran dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.25$ y $P(A \cap B) = 0.125$. Responder de manera razonada o calcular lo que se pide en los siguientes casos:

- a) (0.5 puntos) Sea C otro suceso, incompatible con A y con B . ¿Son compatibles los sucesos C y $A \cup B$?
- b) (0.5 puntos) ¿Son A y B independientes?
- c) (0.75 puntos) Calcular la probabilidad $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ (donde $\bar{A}$ denota el suceso complementario al suceso A).
- d) (0.75 puntos) Calcular $P(\bar{B}|A)$.

B.1.

Si llamamos x, y, z a los precios del kilo de cada uno de los pescados anteriores en 2016, con los datos del enunciado se plantea el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 13740000x + 23440000y + 7400000z = 275800000 \\ x = y + 0.11 \\ 7400000z = 63600000 \end{cases}$$

La solución de este sistema, redondeando a dos decimales es $x = 5.78$ euros/kilo de dorada, $y = 5.67$ euros/kilo de lubina y $z = 8.59$ euros/kilo de rodaballo.

B.2.

a) La función es continua si $x \neq 1$ por coincidir en valores con polinomios. Como $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 = f(0)$, es continua en $[-4, 4]$.

b) La derivada viene dada por $2(x-1)$ o por $3(x-1)^2$ respectivamente a izquierda y derecha de 1, por lo que al ser $\lim_{x \rightarrow 1^-} 2(x-1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 3(x-1)^2$ resulta existir $f'(x)$ en $[-4, 4]$, ser nula en 1, negativa a su izquierda y positiva a su derecha. Por tanto, f es decreciente en $[-4, 1)$ y creciente en $(1, 4]$.

c) Hemos visto que las derivadas laterales de f en $x = 1$ coinciden, por lo que $g(x) = f'(x)$ es continua en 1. Puesto que $g(x) = 2(x-1)$ para $x < 1$, y $g(x) = 3(x-1)^2$ si $x > 1$, la derivada de g es 2 si $x < 1$ y $6(x-1)$ si $x > 1$. Por lo tanto $g'(1)$ no existe al ser $g'(1^-) \neq g'(1^+)$.

B.3.

a) El vector normal al plano π es $\vec{u} = (1, 2, -3)$. La proyección de Q sobre π es $\{Q + \lambda \vec{u}\} \cap \pi$, de modo que λ se obtiene como solución de $(\lambda - 1) + 2(2\lambda) - 3(1 - 3\lambda) = 4$, es decir, $\lambda = \frac{4}{7}$ y la proyección es el punto $\left(\frac{-3}{7}, \frac{8}{7}, \frac{-5}{7}\right)$.

b) El plano buscado tiene ecuación $x + 2y - 3z + D = 0$. Puesto que contiene a P , $-3 + 2 - 6 + D = 0$, por lo que $D = 7$ y la solución es $x + 2y - 3z + 7 = 0$.

c) El vector normal al plano buscado es ortogonal a $\vec{u}$ y a $\overrightarrow{PQ}$. Por tanto, es paralelo a $\vec{u} \times \overrightarrow{PQ} = (1, 2, -3) \times (2, -1, -1) = (-5, -5, -5)$, de modo que la ecuación del plano buscado es de la forma $x + y + z + D' = 0$. La condición de que el plano contenga al punto Q implica que $-1 + 1 + D' = 0$, por lo que la solución es $x + y + z = 0$.

B.4.

a) Son incompatibles.

$$C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset.$$

b) Son independientes porque

$$0.125 = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.5 \cdot 0.25.$$

c)

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 0.375.$$

d)

$$P(\bar{B}|A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = 0.75.$$

TERCERA PARTE (2,5 puntos). Responde sólo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A3

Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, obtener los valores de a , b y c para que su gráfica pase por $(0, 2)$ y tenga un extremo en $(1, -1)$. ¿Tiene f más extremos?

Ejercicio B3

Sea $f(x) = x^2 + 9$, y P el punto exterior a su gráfica de coordenadas $P = (0, 0)$. Calcular razonadamente la (o las) tangentes a la gráfica de f que pasan por el punto P .

CUARTA PARTE (2,5 puntos). Responde sólo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A4

Dibujar la región encerrada por $f(x) = x^2 - 2x + 1$ y $g(x) = -x^2 + 5$, y calcular el área de dicha región.

Ejercicio B4

Calcular las integrales indefinidas I y J explicando los métodos usados para su resolución.

$$I = \int x \cos(2x) dx, \quad J = \int \frac{dx}{x^2 + 2x - 3}.$$

QUINTA PARTE (2,5 puntos). Responde sólo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A5

En una empresa el 70 por ciento de sus trabajadoras están satisfechas con su contrato, y entre las satisfechas con su contrato el 80 por ciento gana más de 1000 euros. Entre las no satisfechas solo el 20 por ciento gana más de 1000 euros. Si se elige una trabajadora al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que gane más de 1000 euros?
- Si gana más de 1000 euros, ¿cuál es la probabilidad que esté satisfecha con su contrato?
- ¿Cuál es la probabilidad de que gane menos de 1000 euros y esté satisfecha con su contrato?

 Universidad Carlos III de Madrid	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2020-2021 MATERIA: MATEMÁTICAS II	
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada pregunta se calificará sobre 2.5 puntos. A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos. Tres hermanos quieren repartirse de forma equitativa un total de 540 acciones valoradas en 1560 euros, que corresponden a tres empresas A,B y C. Sabiendo que el valor actual en bolsa de la acción A es el triple que el de B y la mitad que el de C, que el número de acciones de C es la mitad que el de B y que el actual valor en bolsa de la acción B es 1 euro, encuentre el número de cada tipo de acción que le corresponde a cada hermano. A.2. Calificación máxima: 2.5 puntos. Calcule el área de la región delimitada por las gráficas de las funciones $f(x) = 2 + x - x^2, \quad g(x) = 2x^2 - 4x.$ A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos. Sean la recta $r \equiv \begin{cases} -x - y + z = 0 \\ 2x + 3y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$. Se pide: (0.75 puntos) Calcular el ángulo que forman r y π. (1 punto) Hallar el simétrico del punto de intersección de la recta r y el plano π con respecto al plano $z - y = 0$. (0.75 puntos) Determinar la proyección ortogonal de la recta r sobre el plano π. A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos. El tiempo de vida de los individuos de cierta especie animal tiene una distribución normal con una media de 8.8 meses y una desviación típica de 3 meses. (1 punto) ¿Qué porcentaje de individuos de esta especie supera los 10 meses? ¿Qué porcentaje de individuos ha vivido entre 7 y 10 meses? (1 punto) Si se toman al azar 4 especímenes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno no supere los 10 meses de vida? (0.5 puntos) ¿Qué valor de c es tal que el intervalo $(8.8 - c, 8.8 + c)$ incluye el tiempo de vida (medido en meses) del 98 % de los individuos de esta especie?		



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
 EBAU2021 - JUNIO

4: En este ejercicio las cuestiones a) y b) son totalmente independientes.

a) [1 p.] Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

b) [1,5 p.] Calcule la integral indefinida $\int x^2 \ln(x) dx$. Determine la primitiva de la función $f(x) = x^2 \ln(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas (1,0).

5: Considere los planos de ecuaciones $\pi_1 : x - y + z = 0$ y $\pi_2 : x + y - z = 2$.

a) [1 p.] Compruebe que los planos se cortan y calcule la ecuación de la recta r determinada por la intersección de ambos planos.

b) [1,5 p.] Compruebe que el punto $A = (3, 2, 1)$ no está en π_1 ni en π_2 y calcule la ecuación del plano π_3 que contiene a la recta r y pasa por el punto A .

6: En este ejercicio las cuestiones a) y b) son totalmente independientes.

Considere los puntos $A = (a, 4, 3)$, $B = (0, 0, 5)$ y $C = (0, 3, -1)$.

a) [1 p.] Calcule los valores de a para los cuales el triángulo $\widehat{ABC}$ tiene un ángulo recto en el vértice A .

b) [1,5 p.] Tomando el valor de $a = 3$, determine la ecuación del plano que pasa por los puntos A y B y es paralelo a la recta dada por $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

7: Un estudio revela que el 10 % de los hombres son daltónicos y que el 1 % de las mujeres son daltónicas. Según los datos de las Naciones Unidas, en el mundo hay actualmente un 50,5 % de hombres y un 49,5 % de mujeres. Determine:

a) [1 p.] La probabilidad de que una persona elegida al azar sea daltónica.

b) [1 p.] Si una persona es daltónica, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

c) [0,5 p.] ¿Son independientes los sucesos "ser una persona daltónica" y "ser mujer"?

8: En este ejercicio trabaje con 4 decimales para las probabilidades.

La velocidad de los vehículos en una autopista con límite de velocidad de 120 km/h sigue una distribución normal de media μ km/h y desviación típica $\sigma = 10$ km/h. Se sabe que el 69,15 % de los vehículos no sobrepasan la velocidad de 130 km/h.

a) [0,75 p.] Calcule la media de esta distribución.

b) [0,75 p.] ¿Cuál es el porcentaje de vehículos que no sobrepasan la velocidad máxima permitida?

c) [1 p.] La DGT establece una multa de 100 euros a los vehículos que viajan entre 120 y 150 km/h ¿Cuál es la probabilidad de ser sancionado con dicha multa?



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
 EBAU2022 - JULIO

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: [2,5 p.] Un conocido defraudador fiscal tiene distribuido su dinero negro en tres paraísos fiscales, las Islas Caimán, Panamá y Fiji. La suma total de este dinero es de 150 millones de euros. Si perdiera la cuarta parte del dinero que tiene en las Islas Caimán, seguiría teniendo allí el triple del dinero que tiene en Panamá. Además, el dinero que tiene en Panamá sumado a las dos quintas partes del dinero que tiene en Fiji es exactamente la mitad del dinero que tiene en las Islas Caimán. Calcule cuánto dinero tiene en cada uno de los paraísos fiscales.

2: Se dice que una matriz cuadrada A es idempotente si cumple que $A^2 = A$.

a) **[0,75 p.]** Si A es una matriz idempotente, calcule razonadamente A^{2022} .

b) **[0,75 p.]** Si A es una matriz idempotente y regular (o inversible), calcule razonadamente su determinante.

c) **[1 p.]** Determine para qué valores de a y b la siguiente matriz es idempotente

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & 1-a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

3: Considere la función $f(x)$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-1} & \text{si } x > 0 \text{ y } x \neq 1 \\ a & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

a) **[0,5 p.]** Calcule el límite de $f(x)$ cuando x tiende a $+\infty$.

b) **[1 p.]** Determine el valor de a para que la función $f(x)$ sea continua en $x = 1$.

c) **[1 p.]** Estudie si, para dicho valor de a , la función $f(x)$ es derivable en $x = 1$. En caso afirmativo, calcule el valor de la derivada de f en $x = 1$.

4: Considere la función $f(x) = x^2 e^{-x}$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

a) **[1 p.]** Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.

b) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida de la función $f(x)$.

c) **[0,5 p.]** Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(0, 1)$.

El examen continúa por detrás

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Tres primos, Pablo, Alejandro y Alicia, se van a repartir un premio de 9450 euros de forma directamente proporcional a sus edades. La suma de las edades de Pablo y Alejandro excede en tres años al doble de la edad de Alicia. Además, la edad de los tres primos juntos es de 45 años. Sabiendo que en el reparto del premio Pablo recibe 420 euros más que Alicia, calcule las edades de los tres primos y el dinero que recibe cada uno por el premio.

B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sea la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

- a) (0.5 puntos) Compruebe si $f(x)$ verifica las hipótesis del Teorema de Bolzano en el intervalo $[-1, 1]$.
- b) (1 punto) Calcule y clasifique los extremos relativos de $f(x)$ en $\mathbb{R}$.
- c) (1 punto) Determine el área comprendida entre la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[-1, 1]$.

B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean el plano $\pi \equiv x + y + z = 1$, la recta $r_1 \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda, \\ z = -1 \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$ y el punto $P(0, 1, 0)$.

- a) (0.5 puntos) Verifique que la recta r_1 está contenida en el plano π y que el punto P pertenece al mismo plano.
- b) (0.75 puntos) Halle una ecuación de la recta contenida en el plano π que pase por P y sea perpendicular a r_1 .
- c) (1.25 puntos) Calcule una ecuación de la recta, r_2 , que pase por P y sea paralela a r_1 . Halle el área de un cuadrado que tenga dos de sus lados sobre las rectas r_1 y r_2 .

B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

De una cesta con 6 sombreros blancos y 3 negros se elige uno al azar. Si el sombrero es blanco, se toma, al azar, un pañuelo de un cajón que contiene 2 blancos, 2 negros y 5 con cuadros blancos y negros. Si el sombrero es negro, se elige, al azar, un pañuelo de otro cajón que contiene 2 pañuelos blancos, 4 negros y 4 con cuadros blancos y negros. Se pide:

- a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que en el pañuelo aparezca algún color que no sea el del sombrero.
- b) (0.5 puntos) Calcular la probabilidad de que en al menos uno de los complementos (sombrero o pañuelo) aparezca el color negro.
- c) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el sombrero haya sido negro, sabiendo que el pañuelo ha sido de cuadros.



**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2022-2023**

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3.

- a) **[1 punto]** Halla los valores de m para que la matriz $A - mI$ no tenga inversa.
- b) **[1,5 puntos]** Halla x , distinto de cero, para que $A - xI$ sea la inversa de la matriz $\frac{1}{x}(A - I)$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

El dueño de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por un importe de 500 euros sin incluir impuestos. El gasto en vino es 60 euros menos que los gastos en refrescos y cerveza conjuntamente, sin incluir impuestos. Teniendo en cuenta que los impuestos de los refrescos, la cerveza y el vino son el 6 %, el 12 % y el 30 %, respectivamente, entonces el importe total de la factura incluyendo impuestos ha ascendido a 592,4 euros. Calcula el importe, incluyendo impuestos, invertido en cada una de las bebidas.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera los planos $\pi_1 \equiv x - y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x + y = 2$.

- a) **[1,5 puntos]** Calcula la distancia entre la recta intersección de π_1 y π_2 y el punto $P(2, 6, -2)$.
- b) **[1 punto]** Halla el ángulo que forman π_1 y π_2 .

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Calcula el volumen del tetraedro que limita el plano determinado por los puntos $A(0, 2, -2)$, $B(3, 2, 1)$ y $C(2, 3, 2)$ con los planos cartesianos.



Universidad de
Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
CURSO 2023-2024

MATEMÁTICAS II

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro preguntas cualesquiera** de entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
➤ Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

Pregunta 1. Una fábrica produce tazas, platos y teteras de cerámica. Por cada uno de estos productos se utiliza una cantidad fija de material, que se introduce en la máquina de la cual sale la pieza preparada para el embalaje. En cada taza la máquina utiliza 5 minutos, 4 en cada plato y 8 en cada tetera. El coste del material utilizado es 3 € cada taza, 4 € cada plato y 3 € cada tetera. Se hace un estudio de la producción durante 50 minutos y se calcula que el coste es de 26 €.

(a) **(0.75 puntos)** Plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice el problema y escríbelo matricialmente.

(b) **(1 punto)** Suponiendo que en estos 50 minutos se fabricaron en total exactamente 8 piezas, calcula, si es posible, cuántas unidades se produjeron de cada tipo.

(c) **(0.75 puntos)** Si se consigue rebajar el tiempo de elaboración de cada tetera de 8 a 5 minutos, ¿sería posible fabricar exactamente 10 piezas?

Pregunta 2. Sea $x \in \mathbb{R}$ y las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) **(0.75 puntos)** Decide de forma razonada si se pueden realizar las operaciones siguientes CAB y BAC . ¿Cuál sería la dimensión de la matriz resultante si pudiese realizarse?

(b) **(1.75 puntos)** Calcula según los valores de x el rango de A . Para $x = 0$, comprueba que existe A^{-1} y calcúlala.

Pregunta 3. Se considera la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{1 - x}$.

(a) **(1 punto)** Calcula el dominio de la función f y sus asíntotas.

(b) **(1 punto)** Halla en caso de que existan, los máximos y mínimos y los puntos de inflexión. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

(c) **(0.5 puntos)** Utilizando los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de f .

Pregunta 4. Dada la función $f(x) = \sin(\pi - 2x)$.

(a) **(1.25 puntos)** Calcula una primitiva que pase por el punto $(\frac{\pi}{4}, 1)$.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula el área limitada por f , el eje X y las rectas $x = -\frac{\pi}{4}$ y $x = \frac{\pi}{4}$.

Pregunta 5. Se consideran los puntos $A = (0, -1, 1)$ y $B = (2, 1, 3)$ de $\mathbb{R}^3$.

(a) **(1.25 puntos)** Encuentra la ecuación del plano π que cumple que los dos puntos son simétricos respecto a él.

(b) **(1.25 puntos)** Encuentra la ecuación continua de la recta r perpendicular al plano $\pi' \equiv x + y + z = 3$ y que contiene al punto $Q = (1, 0, 1)$.

Pregunta 6. Se consideran los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$, $C = (-1, 1, 3)$ y $D = (-1, 0, 1)$.

(a) **(0.75 puntos)** Estudia si existe un plano que contenga a los cuatro puntos.

(b) **(0.75 puntos)** Calcula la recta r que pasa por D y es perpendicular al plano π que contiene a A , B y C .

(c) **(1 punto)** Calcula el punto P intersección de r y π del apartado anterior.

Pregunta 7. En un instituto el 55 % de los estudiantes del curso 2023-2024 hacen el Bachillerato de la modalidad de Ciencias y Tecnología. El 30 % de los estudiantes que cursan el Bachillerato de Ciencias y Tecnología cursan como optativa la asignatura 'Proyecto de Investigación Integrado' y de los que no hacen este Bachillerato, el 40 % cursan esta asignatura como optativa.

(a) **(1.25 puntos)** Tomado un estudiante al azar del total de matriculados en Bachillerato, ¿cuál es la probabilidad de que curse la asignatura 'Proyecto de Investigación Integrado'?

(b) **(1.25 puntos)** Si un estudiante elegido al azar no cursa la asignatura 'Proyecto de Investigación Integrado', ¿cuál es la probabilidad de que curse el Bachillerato de Ciencias y Tecnología?

Pregunta 8. En una comunidad autónoma se estudia la cantidad media de basura que se genera por habitante durante dos meses. Se observa que sigue una distribución normal de media 85 Kg y desviación típica 15 Kg.

(a) **(0.75 puntos)** ¿Qué porcentaje de población genera más de 90 Kg cada dos meses?

(b) **(0.75 puntos)** Si se toma una muestra de 10000 habitantes, ¿cuántos generan menos de 90 Kg de basura?

(c) **(1 punto)** Se hace una campaña de concienciación y se observa que de las 10000 personas de la muestra, 5596 generan menos de 70 kg de basura. Suponiendo que se mantiene la desviación típica, ¿cuál es la nueva media? ¿Ha funcionado la campaña?

* Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(0.15) = 0.5596$, $F(0.3333) = 0.6294$, $F(0.385) = 0.65$, $F(0.5596) = 0.7112$, $F(0.6294) = 0.7356$, $F(0.8159) = 0.7939$, $F(0.9) = 0.8159$, $F(1.28) = 0.9$.