

Sistemas lineales

Problemas reales por convocatoria - 2º Bachillerato Ciencias

Cada página procede de una convocatoria oficial o de una recopilación identificada y se conserva como imagen para respetar la notación matemática original.



Model 1

OPCIÓ B

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{aligned} ax + y - 2z &= -1, \\ -x + ay + z &= 2, \\ 3x + y - z &= 0, \\ y + z &= 3. \end{aligned} \right\}$$

(6 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas en què sigui compatible

(4 punts)

2. Considerem la funció $f(x) = x \cdot |x - 1|$. Feu un dibuix aproximat de la funció anterior en l'interval $[0, 2]$. (6 punts). Calculau l'àrea limitada per la gràfica de la funció anterior i l'eix de les X. (4 punts)

3. Donats els punts $A(1, 0, 3)$ i $B(1, 3, 4)$, determinau els punts situats en el pla $z = 1$ que formin amb els punts A i B un triangle equilàter. (6 punts) Calculau el volum del tetraedre format pels 3 punts anteriors i l'origen de coordenades. (4 punts)

4. Suposem que els estudiants de la UIB només tenen dos sistemes operatius als seus telèfons mòbils: Android i IOS (el dels iPhone). El 80% dels estudiants de la UIB tenen el sistema operatiu Android. El 25% de les al·lotes estudiants de la UIB tenen IOS al seu telèfon mòbil i el 45% dels estudiants de la UIB són al·lots.

- a) Calculau la probabilitat que un al·lot de la UIB tingui IOS al seu telèfon mòbil. (6 punts)
- b) Calculau la probabilitat que un estudiant que tingui Android al telèfon mòbil sigui al·lota. (4 punts)

OPCIÓN B

E1.- a) Discutir según los valores del parámetro m el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases} \quad (1,25 \text{ puntos})$$

b) Resolverlo para $m = 1$. (1 punto)

E2.- a) Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(2,3,4)$ y es perpendicular al plano $\pi \equiv x + y + 2z + 4 = 0$. (1,25 puntos)

b) Calcular a para que las rectas $r \equiv x - 1 = y - 2 = \frac{z-2}{2}$, $s \equiv \frac{x-1}{a} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{3}$ sean perpendiculares. (1 punto)

E3.- Consideremos la función $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+2}$. Calcular el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos. Esbozar su gráfica. (2,25 puntos)

E4.- a) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \sin x}{x^2}$. (1,25 puntos)

b) Calcular $\int \ln(x) dx$. (1 punto)

E5.- Se tiran al aire, simultáneamente, un dado (con forma cúbica) y una moneda. Teniendo en cuenta que los sucesos son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que en el dado salga un 5 y de que en la moneda salga cara? (1 punto)



**Evaluación para Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2017
Materia: MATEMÁTICAS II**

Instrucciones: El estudiante deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Dentro de cada opción el estudiante elegirá **cuatro** ejercicios entre los cinco propuestos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos. Duración de la prueba: 1 hora y 30 minutos.

PROPUESTA A

1A. a) Calcula razonadamente el área de la región determinada por la curva $f(x) = (x-1)(x+2)$, las rectas $x = -3$, $x = 2$ y el eje de abscisas. Esboza dicha región. **(1,5 puntos)**

b) Encuentra razonadamente la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$. **(1 punto)**

2A. a) Determina el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que la siguiente función sea continua en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{x+1}{2x+1}\right)^{1/x} & \text{si } x < 0 \\ 6x + k & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

b) Enuncia el teorema de Bolzano y comprueba si la ecuación $\cos x = 2 - x$ tiene alguna solución real en el intervalo $[0, 2\pi]$. **(1 punto)**

3A. a) Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$

$$\left. \begin{array}{rrcr} ax & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & ay & + & z & = & 0 \\ x & + & y & + & az & = & 0 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

b) Resuélvelo razonadamente para el valor $a = 0$. **(1 punto)**

4A. Dados los planos $\alpha \equiv -x + 2y + z + 2 = 0$ y $\beta \equiv -2y + z = 0$

a) Calcula razonadamente el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas y los puntos de intersección del plano α con los tres ejes coordenados. **(1,5 puntos)**

b) Encuentra razonadamente la ecuación general o implícita de la recta paralela a los planos α y β que pase por el punto $P(0, -1, 3)$. **(1 punto)**

5A. a) En una empresa hay tres robots A, B y C dedicados a soldar componentes electrónicos en placas de circuito impreso. El 25 % de los componentes son soldados por el robot A, el 20 % por el B y el 55 % por el C. Se sabe que la probabilidad de que una placa tenga un defecto de soldadura es de 0,03 si ha sido soldado por el robot A, 0,04 por el robot B y 0,02 por el robot C.

a1) Elegida una placa al azar, calcula razonadamente la probabilidad de que tenga un defecto de soldadura. **(0,75 puntos)**

a2) Se escoge al azar una placa y resulta tener un defecto de soldadura, calcula razonadamente la probabilidad de que haya sido soldada por el robot C. **(0,5 puntos)**

b) Lanzamos cinco veces una moneda trucada. La probabilidad de obtener cara es 0,6. Calcula razonadamente la probabilidad de:

b1) Obtener exactamente tres caras. **(0,75 puntos)**

b2) Obtener más de tres caras. **(0,5 puntos)**

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
5	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313



**Proba de Avaliación do Bacharelato
para o Acceso á Universidade
SETEMBRO 2017**

Código: 20

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 2 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 3 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

a) Determina, segundo os valores de k , o rango das matrices AB e BA .

b) Para o valor $k = 0$, determina as matrices X que verifican $ABX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2. a) Calcula: i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 3e^{2x}}{x + e^{2x}}$; ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 3e^{2x}}{x + e^{2x}}$

b) A derivada dunha función $f(x)$, que ten por dominio $(0, \infty)$, é $f'(x) = 1 + \ln x$. Determina a función $f(x)$ tendo en conta que a súa gráfica pasa polo punto $(1, 4)$.

c) Determina, se existen, os máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $(0, 1, 3)$ e $(1, 1, 1)$ e s a recta $s: \begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Estuda a súa posición relativa.

b) ¿É s paralela ao plano YZ ? ¿Está contida no devandito plano?

c) Calcula a distancia da recta r ao plano $\pi: 2x + z = 0$.

4. Sexan A e B dous sucesos con $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,6$ e $P(A \cup B) = 0,9$

a) ¿Son A e B sucesos independentes? Xustifica a resposta.

b) Calcula $P(A - B)$ e $P(A/\bar{B})$. (Nota: $\bar{B}$ suceso contrario ou complementario de B).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema de ecuacións:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x - y + z = m \\ x + my - 2z = m \end{cases}$$

b) Resólveo, se é posible, cando $m = 0$.

2. Dada a función $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

a) Estuda, en $x = 0$, a continuidade e derivabilidade de $f(x)$.

b) Determina os puntos da gráfica de $f(x)$ nos que a recta tanxente é paralela á recta $x - 4y = 0$ e determina as ecuacións desas rectas tanxentes.

c) Calcula $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

3. Dados os planos $\alpha: 2x - 2y + 4z - 7 = 0$; $\beta: \begin{cases} x = 1 - \lambda + 3\mu \\ y = 5 + \lambda + \mu \\ z = 4 + \lambda - \mu \end{cases}$; e a recta $r: \begin{cases} x + 2z - 3 = 0 \\ y - 5 = 0 \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa dos planos α e β . Calcula a distancia entre eles.

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a α e contén á recta r .

c) Sexan P e Q os puntos de corte da recta r cos planos XY e YZ respectivamente. Calcula a distancia entre P e Q .

4. O total de vendas diarias nun pequeno restaurante é unha variable que segue unha distribución normal de media 1220€ ao día e desviación típica 120€ ao día.

a) Calcula a probabilidade de que nun día elixido ao azar as vendas excedan de 1400€.

b) Se o restaurante debe vender polo menos 980€ ao día para cubrir os gastos, ¿cal é a probabilidade de que un día elixido ao azar, o restaurante non cubra gastos?

Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

CURSO 2016/2017

Realiza una de las dos opciones propuestas (A o B)

OPCIÓN A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} 2x + 4y + z = 1 \\ 2x + (a^2 + 2)y + 3z = 3 \\ -2x - (a^2 + 2)y + (a - 3)z = \sqrt{2} - 3 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Comprueba que las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2}$$

se cortan perpendicularmente y halla el punto de corte, P . Encuentra un punto $R \in r$ y un punto $S \in s$ de forma que P, R, S sean vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos son de longitud 3. (2 puntos)

A3) Calcula las siguientes integrales indefinidas:

$$\int \frac{dx}{x^2 - x - 2} \quad (1 \text{ punto})$$

$$\int x^2 e^{2x} dx \quad (1 \text{ punto})$$

A4) Demuestra que existe $\alpha \in (0, 2)$ tal que $f'(\alpha) = -\frac{1}{3}$, siendo

$$f(x) = (x+1)^{(x-1)\cos(\frac{\pi x}{2})}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso. (3 puntos)



MATEMÁTICAS II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elegir una de ellas y responder **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. Un boxeador ha disputado 20 combates en el año 2016. Por cada combate ganado cobraba 3 mil euros, 2 mil por combate nulo y mil por combate perdido. En total obtuvo 40 mil euros. Si las cantidades cobradas hubieran sido 6 mil euros por combate ganado, 4 mil por nulo y mil por perdido, habría obtenido 72 mil euros.

- a) Plantea, en el campo de los números reales, el sistema de ecuaciones que modeliza el problema en función del número de combates ganados, hechos nulos y perdidos. Y, si es posible, calcúlalos. (1.5 puntos)
- b) Estudia si hay alguna cantidad k que sustituya a los 6 mil euros por combate ganado que hiciera imposible la solución del problema dentro del campo de los números reales. (1 punto)

2. Sean las funciones $f : R \rightarrow R$ y $g : [0; +\infty) \rightarrow R$ definidas por $f(x) = x^2/4$ y $g(x) = 2\sqrt{x}$.

- a) Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g . (1 punto)
- b) Realiza un esbozo del recinto que queda limitado por las gráficas de las funciones entre esos puntos y calcula su área. (1.5 puntos)

3. Dadas las rectas $r : \begin{cases} x + 2y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$ y $s : x + 1 = \frac{y-1}{2} = z$. Calcula:

- a) Un vector director de cada recta. (0.75 puntos)
- b) El ángulo que forman las rectas. (0.75 puntos)
- c) El plano paralelo a las dos rectas y que pasa por el punto $A(1, 2, 1)$. (1 punto)

4. Una urna A contiene tres bolas numeradas del 1 al 3 y otra urna B, seis bolas numeradas del 1 al 6. Se elige, al azar, una urna y se extrae una bola.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bola con el número 1? (1.25 puntos)
- b) Si extraída la bola resulta tener el número 1, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna A? (1.25 puntos)
-


Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada problema es puntua sobre 10 punts. Supposem que P_1 , P_2 , P_3 i P_4 son les qualificacions dels problemes sobre 10. La qualificació final s'obté d'aplicar la fórmula següent: $\frac{4}{15} \cdot (P_1 + P_2 + P_3) + \frac{1}{5} \cdot P_4$. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{array}{l} mx + 3z = m, \\ x + 2y - z = 1, \\ 2x + y - z = 2. \end{array} \right\}$$

(7 punts)

- b) Resoleu-lo en el cas o els casos en què sigui compatible indeterminat. (3 punts)

2. El nombre de litres per metre quadrat que va ploure en un determinat lloc ve donat per la funció següent:

$$Q(t) = -\frac{t^3}{8} + \frac{3t^2}{2} - \frac{9t}{2} + 10,$$

on t ve donat en dies i va des del dia $t = 1$ (dilluns) fins al dia $t = 8$ (dilluns de l'altra setmana).

- a) Determinau el dia de la setmana que va ploure més i el que va ploure menys. Quants de litres per metre quadrat va ploure aquests dos dies? (6 punts)
b) Feu un petit dibuix de la funció anterior durant els 8 dies. (4 punts)

3. Donades les rectes $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ i $s : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$,

- a) demostrau que es creuen. (4 punts)
b) calculau la distància entre les rectes. (6 punts)

4. Llançam dos daus de 6 cares no trucats i consideram els esdeveniments següents:

S_7 : "la suma dels resultats dels dos daus és 7".

P : "el producte dels resultats dels dos daus és imparell".

- a) Calculau les probabilitats que passin els esdeveniments anteriors. (6 punts)
b) Són independents S_7 i P ? Raonau la resposta. (4 punts)



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 1

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que depende del parámetro λ :

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = 0 \\ y + z = 10 \\ 2\lambda x - y + 5\lambda z = 30 \end{cases}$$

- a) Estudie para qué valores del parámetro λ el sistema es incompatible.

[1 punto]

- b) Resuelva el sistema para el caso $\lambda = 1$.

[1 punto]

2. Considere los planos $\pi_1: 5x - y - 7z = 1$ y $\pi_2: 2x + 3y + z = 5$.

- a) Determine la ecuación general (es decir, la que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos π_1 y π_2 .

[1 punto]

- b) Calcule el ángulo que forman los planos π_1 y π_2 .

[1 punto]

3. Sea la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - k}$, donde k es un parámetro real distinto de 0. Para los

distintos valores del parámetro k :

- a) Calcule el dominio y las asíntotas de la función.

[1 punto]

- b) Calcule los puntos con un máximo o un mínimo relativo.

[1 punto]

OPCIÓN B

E1.- a) Discutir el siguiente sistema de ecuaciones según los valores del parámetro λ :

$$\begin{cases} x + \lambda y + \lambda z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + 2y + 4z = 2 \end{cases} \quad (1,25 \text{ puntos})$$

b) Resolverlo para $\lambda = 1$. (1 punto)

E2.- Dado el plano $\pi \equiv 3x + y + z - 2 = 0$ y los puntos $P(0, 1, 1)$, $Q(2, -1, -3)$ que pertenecen al plano π , determinar la recta del plano π que pasa por el punto medio entre P y Q y es perpendicular a la recta que une estos puntos. (2,25 puntos)

E3.- a) Dado el polinomio $P(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + C$, hallar C para que el valor de $P(x)$ en su mínimo relativo sea 1. (1,25 puntos)

b) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$. (1 punto)

E4.- Sea $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ a + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Encontrar a para que la función sea continua. (1 punto)

b) Hallar el área de la región delimitada por la gráfica de $f(x)$ y las rectas $x = 1$, $y = 1$. (1,25 puntos)

E5.- La probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda es $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es la probabilidad de sacar 3 caras en tres lanzamientos? (1 punto)

JUN 2017



Evaluación para Acceso a la Universidad

Convocatoria de 2017

Materia: MATEMÁTICAS II

Instrucciones: El estudiante deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Dentro de cada opción el estudiante elegirá **cuatro** ejercicios entre los cinco propuestos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos. Duración de la prueba: 1 hora y 30 minutos.

PROPUESTA A

1A. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + bx - 9 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Calcula razonadamente los parámetros a y b para que $f(x)$ sea derivable en todo $\mathbb{R}$. **(1,5 puntos)**
 b) Enuncia el teorema de Rolle y comprueba si, para los valores hallados en el apartado anterior, la función $f(x)$ verifica las hipótesis del teorema en el intervalo $[-2, 6]$. **(1 punto)**

2A. Con una chapa metálica de 8×5 metros se desea construir, cortando cuadrados en las esquinas, un cajón sin tapa de volumen máximo. Halla razonadamente las dimensiones de dicho cajón. **(2,5 puntos)**

3A. a) Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$

$$\left. \begin{array}{rcl} ax & - & y & + & z & = & a - 4 \\ 2x & + & y & - & az & = & a - 1 \\ & & y & - & z & = & -3 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ puntos})$$

- b) Resuélvelo razonadamente para el valor $a = -1$. **(1 punto)**

4A. Dado el punto $P(2, 0, -1)$ y las rectas

$$r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{0} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x-y+2z+4=0 \\ x+z+1=0 \end{cases}$$

- a) Determina razonadamente la posición relativa de las rectas r y s . **(1,5 puntos)**
 b) Encuentra razonadamente la ecuación general del plano que pasando por P es paralelo a r y a s . **(1 punto)**

5A. a) Los operarios A, B y C producen, respectivamente, el 50 %, el 30 % y el 20 % de las resistencias que se utilizan en un laboratorio de electrónica. Resultan defectuosas el 6 % de las resistencias producidas por A, el 5 % de las producidas por B y el 3 % de las producidas por C. Se selecciona al azar una resistencia:

- a1) Calcula razonadamente la probabilidad de que sea defectuosa. **(0,75 puntos)**
 a2) Si es defectuosa, calcula razonadamente la probabilidad de que proceda del operario A.

(0,5 puntos)

b) Las resistencias se empaquetan al azar en cajas de cinco unidades. Calcula razonadamente la probabilidad de:

- b1) Que en una caja haya exactamente tres resistencias fabricadas por B. **(0,75 puntos)**
 b2) Que en una caja haya al menos dos fabricadas por B. **(0,5 puntos)**

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 1

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que depende del parámetro λ :

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = 0 \\ y + z = 10 \\ 2\lambda x - y + 5\lambda z = 30 \end{cases}$$

- a) Estudie para qué valores del parámetro λ el sistema es incompatible.

[1 punto]

- b) Resuelva el sistema para el caso $\lambda = 1$.

[1 punto]

2. Considere los planos $\pi_1: 5x - y - 7z = 1$ y $\pi_2: 2x + 3y + z = 5$.

- a) Determine la ecuación general (es decir, la que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos π_1 y π_2 .

[1 punto]

- b) Calcule el ángulo que forman los planos π_1 y π_2 .

[1 punto]

3. Sea la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - k}$, donde k es un parámetro real distinto de 0. Para los

distintos valores del parámetro k :

- a) Calcule el dominio y las asíntotas de la función.

[1 punto]

- b) Calcule los puntos con un máximo o un mínimo relativo.

[1 punto]



**Proba de Avaliación do Bacharelato
para o Acceso á Universidade
XUÑO 2017**

Código: 20

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 2 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 3 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determina, segundo os valores de λ , o rango da matriz $AA^t - \lambda I$, sendo A^t a matriz trasposta de A e I a matriz unidade de orde 2.

b) Determina a matriz $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ que verifica a ecuación matricial $AA^t X = 6X$.

2. a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - 3x^2}{e^{x^2} - \cos 2x}$

b) Deséxase construír unha caixa de base cadrada, con tapa e cunha capacidade de 80 dm^3 . Para a tapa e a superficie lateral quérese utilizar un material que custa 2€/dm^2 e para a base outro que custa 3€/dm^2 . Calcula as dimensións da caixa para que o seu custo sexa mínimo

c) Calcula $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$

3. Dados os planos $\pi_1: x + y - z + 2 = 0$; $\pi_2: \begin{cases} x = 2 + \lambda + \mu \\ y = \lambda + 3\mu \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de π_1 e π_2 . Se se cortan, calcula o ángulo que forman.

b) Sexa r a recta que pasa polo punto $P(1,1,1)$ e é perpendicular a π_1 . Calcula o punto de corte de r e π_1 .

c) Calcula o punto simétrico do punto $P(1,1,1)$ respecto do plano π_1

4. a) Nun experimento aleatorio, sexan A e B dous sucesos con $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$. Se A e B son independentes, calcula $P(A \cup B)$ e $P(A - B)$. (Nota: $\bar{A}$ suceso contrario ou complementario de A).

b) Nun grupo de 100 persoas hai 40 homes e 60 mulleres. Elixense ao azar 4 persoas do grupo, ¿cal é a probabilidade de seleccionar máis mulleres que homes?

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema de ecuacións:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

b) Resólveo, se é posible, cando $m = 1$.

2. a) Calcula os valores a, b para que a función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{se } x < 3 \\ \ln(x-2) & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$ sexa derivable en $x = 3$ e determina o punto no que a tanxente á gráfica de $f(x)$ é paralela á recta $x + 3y = 0$.

b) Se $P(x)$ é un polinomio de terceiro grao, cun punto de inflexión no punto $(0,5)$ e un extremo relativo no punto $(1,1)$, calcula $\int_0^1 P(x) dx$.

3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $P(1,0,5)$ e $Q(5,2,3)$

a) Calcula a distancia do punto $A(5, -1, 6)$ á recta r .

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a r e pasa polo punto $A(5, -1, 6)$.

c) Calcula a área do triángulo de vértices os puntos $P(1,0,5)$, $A(5, -1, 6)$ e o punto de corte da recta r co plano $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$.

4. Nun estudo realizado nun centro de saúde, observouse que o 30% dos pacientes son fumadores e destes, o 60% son homes. Entre os pacientes que non son fumadores, o 70% son mulleres. Elixido un paciente ao azar,

a) Calcula a probabilidade de que o paciente sexa muller

b) Se o paciente elixido é home, ¿cal é a probabilidade de que sexa fumador?



UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA

Evaluación de Bachillerato para el acceso a la
Universidad
Curso 2016 / 2017
Convocatoria: Junio /
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS

CRITERIOS GENERALES DE CORRECCIÓN

(1) Se sugiere un tipo de corrección positivo, es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.

(2) Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, del tipo

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b, \quad \frac{\ln x}{x} = \ln, \quad \int \frac{x}{x^2 + 3} = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{3} \right),$$

se penalizarán especialmente, y pueden suponer un 0 en el apartado en el que se hayan cometido.

(3) Se deberá valorar la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas. Algunos ejemplos:

- (a) Si al resolver un sistema de ecuaciones, el alumno comete un error numérico, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.
- (b) En la representación gráfica de funciones, se valorará la coherencia del dibujo con los datos obtenidos previamente por el alumno. (Vale aquí la misma excepción que en el párrafo anterior.)

(4) La puntuación máxima que se puede obtener en cada ejercicio viene señalada en la copia del examen que se entrega al alumno. Si alguno de los apartados tiene a su vez subapartados, se deberá distribuir razonablemente el número de puntos entre los mismos (no necesariamente debe darse el mismo peso a cada subapartado).

(5) Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo sólo los resultados, sin el desarrollo lógico de cómo los ha obtenido, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 40 % de la nota máxima prevista.

(6) La calificación será la suma de las puntuaciones obtenidas en cada ejercicio de una sola propuesta.

 POLITÉCNICA	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2016-2017 MATERIA: MATEMÁTICAS II	
<u>INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN</u> Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. TIEMPO: 90 minutos. OPCIÓN A Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos. Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x + ay + z = a, \\ x - 4y + (a + 1)z = 1, \\ 4y - az = 0, \end{cases}$ se pide: (2 puntos) Discutirlo en función de los valores del parámetro real a. (0.5 puntos) Resolver el sistema para $a = 1$. (0.5 puntos) Resolver el sistema para $a = 2$. Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos. Dados los puntos $P(1, -2, 1)$, $Q(-4, 0, 1)$, $R(-3, 1, 2)$, $S(0, -3, 0)$, se pide: (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a P, Q y R. (1 punto) Estudiar la posición relativa de la recta r, que pasa por los puntos P y Q, y la recta s, que pasa por R y S. (1 punto) Hallar el área del triángulo formado por los puntos P, Q y R. Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos. Se administra una medicina a un enfermo y t horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t) = te^{-t/2}$ miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de $c(t)$ e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente. Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos. Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + x + 6}{x - 2}$, se pide: (0.5 puntos) Determinar su dominio y asíntotas verticales. (0.5 puntos) Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$. (1 punto) Calcular $\int_3^5 f(x) dx$.		

Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

CURSO 2016/2017

Realiza una de las dos opciones propuestas (A o B)

OPCIÓN A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} x + (a-1)y + z = -1 \\ (a-1)y + 2z = -2 \\ x + (a^2 - 5a + 5)z = -a + 4 \end{cases} \quad (3 \text{ puntos})$$

A2) Dados el punto $P \equiv (1, -1, 0)$ y las rectas

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y - 2z + 1 = 0 \\ 3x - y - 4z + 6 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$$

halla la ecuación general de un plano π que sea paralelo a ambas rectas y tal que la distancia de P a π sea 2. (2 puntos)

A3) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2x^2 + 3x + 1} - \sqrt{2x^2 - 5x + 7} \right) \quad (1 \text{ punto})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\cos(\pi x) + 2^x \right)^{\frac{1}{\ln x}} \quad (1 \text{ punto})$$

A4) Demuestra que la función $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \sqrt{x^2 + x}$ tiene un máximo relativo en el intervalo $(1, 3)$. Menciona los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(3 puntos)



UNIBERTSITATERA SARTZEKO
EBALUAZIOA

2017ko EKAINA

MATEMATIKA II

EVALUACION DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD

JUNIO 2017

MATEMÁTICAS II

OPCIÓN A

Ejercicio A1

Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro m . (NO es necesario resolverlo)

$$2x + y - z = 1$$

$$x + my + z = 2$$

$$3x + y - mz = 3$$

Ejercicio A2

Dado el punto $M(1, -3, 7)$, obtener su simétrico respecto a la recta que pasa por los puntos $A(1, -3, 4)$ y $B(0, -4, 1)$.

Ejercicio A3

Dada la función $f(x) = x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + 7$

- Calcula A , B , y C sabiendo que su recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$ es horizontal, que además la función tiene un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 2$ y que corta al eje OX en $x = 1$.
- Para los valores obtenidos calcula los máximos y los mínimos de la función.

Ejercicio A4

La curva $y = \frac{1}{2}x^2$ divide al rectángulo $A(0,0)$, $B(0, 2)$, $C(4,2)$, $D(4, 0)$ en dos recintos.

- Dibuja la gráfica de la función y el rectángulo $ABCD$.
- Calcula el área de cada uno de los recintos.

Ejercicio A5

Calcular la potencia A^{2017} de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA:	JUNY 2017	CONVOCATORIA:	JUNIO 2017
Assignatura:	MATEMÀTIQUES II	Asignatura:	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:

Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:

Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Es dona el sistema d'equacions
$$\begin{cases} x + ay + 2z = a \\ 2x + ay + z = 2 \\ ax + y + 2z = a \end{cases}$$
, dependent del paràmetre real a .

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- La solució del sistema quan $a = 2$. (3 punts)
- Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és compatible i determinat. (3 punts)
- El valor del paràmetre a per al qual el sistema és compatible i indeterminat, i obteniu totes les solucions del sistema per a aquest valor de a . (2 punts)

Problema A.2. Es donen el punt $P = (1, 1, 1)$, la recta $r: \begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi: x + y + z = 1$. Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat, les equacions corresponents a:

- El pla que conté el punt P i la recta r . (2 punts)
- La recta s que passa pel punt P i és perpendicular al pla π , la distància del punt P al pla π i el punt d'intersecció de la recta s amb el pla π . (2+2+2 punts)
- El pla que conté la recta r i és perpendicular al pla π . (2 punts)

Problema A.3. Volem unir un punt M , situat en una banda d'un carrer de 6 m d'amplària, amb el punt N , situat a l'altra banda del carrer, 18 m més avall, per mitjà de dos cables rectes, l'un des de M fins a un punt P situat a l'altra banda del carrer, i l'altre des del punt P fins al punt N . En representar el carrer en un sistema cartesià obtenim que $M = (0, 6)$, $P = (x, 0)$ i $N = (18, 0)$. El cable MP ha de ser més gruixut perquè travessa el carrer sense suports intermedis, i té un preu de 10 €/m. El preu del cable PN és de 5 €/m.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- El cost total C dels dos cables en funció de l'abscissa x del punt P , quan $0 \leq x \leq 18$. (3 punts)
- El valor d' x , amb $0 \leq x \leq 18$, per al qual el cost total C és mínim. (4 punts)
- El valor d'aquest cost total mínim. (3 punts)

Modelo 3

OPCIÓN B

1.- Determinar los valores de a y b para que la función $f(x) = a\sqrt{3x+3} + b\sqrt{x-1}$ tenga un punto de inflexión en el punto $(2,8)$

Criterios

Si f tiene un punto de inflexión en $(2,8)$ entonces, **(0.5 ptos)**

$$f(2) = 3a + b = 8$$

$$f''(2) = 0$$

Hallamos la segunda derivada,

$$f'(x) = \frac{3a}{2\sqrt{3x+3}} + \frac{b}{2\sqrt{x-1}} \quad \textbf{(0.5 ptos)}$$

$$f''(x) = \frac{-9a}{4(3x+3)\sqrt{3x+3}} - \frac{b}{4(x-1)\sqrt{x-1}} \quad \textbf{(0.5 ptos)}$$

$$f''(2) = \frac{-a}{12} - \frac{b}{4} = 0 \rightarrow a + 3b = 0 \quad \textbf{(0.5 ptos)}$$

Planteamos y resolvemos el sistema,

$$\begin{cases} 3a + b = 8 \\ a + 3b = 0 \end{cases} \quad a = 3; b = -1 \quad \textbf{(0.5 ptos)}$$

$$2.- \text{ Considerar el sistema de ecuaciones } \left. \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ 2x + ky + z = 2 \\ x + y + kz = k - 1 \end{array} \right\}$$

a) Estudiar el sistema para los distintos valores de k

b) Resolver el sistema para $k = 1$

Criterios

$$a) \text{ Matriz de los coeficientes } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

$$\text{Matriz ampliada } A/b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & k & 1 & 2 \\ 1 & 1 & k & k-1 \end{pmatrix} \quad \textbf{(0.25 ptos)}$$

$$\det(A) = k^2 - 3k + 2; \text{ de donde } \det(A) = 0 \text{ si } k = 1 \text{ o } k = 2 \quad \textbf{(0.25 ptos)}$$