

Sistemas y programación lineal

Problemas reales por convocatoria - 2º Bachillerato Sociales

Cada página procede de una convocatoria oficial o de una recopilación identificada y se conserva como imagen para respetar la notación matemática original.

■ CUESTIÓN B1.

Un agricultor puede utilizar, como máximo, 120 hectáreas de terreno para dos tipos de cultivo, A y B. Quiere dedicar, al menos, 25 hectáreas al cultivo A, y el terreno dedicado al cultivo B debe ser como mínimo el doble que el dedicado al cultivo A. Cada hectárea de cultivo A le produce 300 € de beneficio, mientras que cada hectárea de cultivo B le produce 215 €. Hallar las hectáreas que debe dedicar a cada uno de los cultivos para conseguir el máximo beneficio. ¿A cuánto ascenderá dicho beneficio?

selcs Sep 2018 Solución:

1) Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

x = número de hectáreas A,

y = número de hectáreas B. Beneficio: $F(x, y) = 300x + 215y$

$$x + y \leq 120$$

$$x \geq 25$$

$$y \geq 2x$$

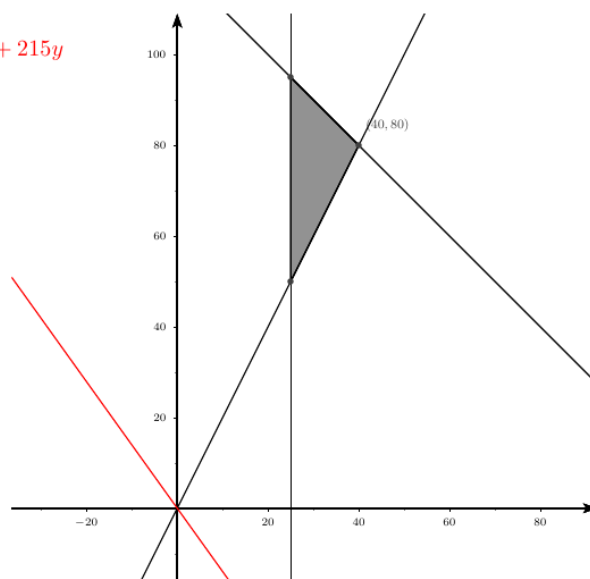
$$x + y \leq 120 \quad (1) \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 120 \\ y & 120 & 0 \end{array}$$

$$y \geq 2x \quad (2) \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 50 \\ y & 0 & 100 \end{array}$$

2) Representamos el conjunto solución del sistema de inecuaciones y trazamos la recta:

$$F(x, y) = 0; \quad 300x + 215y = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & -21'5 \\ y & 0 & 30 \end{array}$$



Buscamos la paralela que pasa por un vértice y da una ordenada mayor en el origen, probaremos en dos puntos:

■ CUESTIÓN B1.

Una fabrica produce dos modelos de bolsos, tipo A y tipo B. Cada bolso tipo A requiere 5 m² de piel y 5 horas de trabajo y cada bolso del modelo B requiere 5 m² de piel y 10 horas de trabajo. Dispone de 200 m² de piel y 225 horas de trabajo. Además, quiere producir mayor o igual número de bolsos tipo A que B. El beneficio obtenido es de 50 euros cada bolso tipo A y 80 euros por cada bolso tipo B. Hallar el numero de bolsos que debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo.

selcs Jun 2018 Solución:

Sean:

x = número de bolsos tipo A

y = número de bolsos tipo B

Beneficio: $f(x, y) = 50x + 80y$ €

$$5x + 5y \leq 200$$

$$5x + 10y \leq 225$$

$$x \geq y$$

Representamos: $5x + 5y \leq 200$ $\begin{array}{c|cc} x & 40 & 0 \\ y & 0 & 40 \end{array}$

$5x + 10y \leq 225$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 45 \\ y & 22.5 & 0 \end{array}$

$x \geq y$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 40 \\ y & 0 & 40 \end{array}$

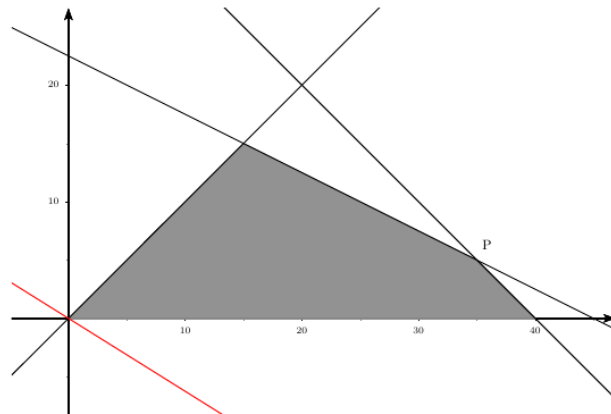
Ahora la función igualada a 0:

$f(x, y) = 50x + 80y = 0$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & -40 \\ y & 0 & 25 \end{array}$

Para maximizar el beneficio tomaríamos la paralela a $f(x, y) = 0$ más alejada, la que pasa por el punto P , hallamos sus coordenadas: $\begin{cases} 5x + 5y = 200 \\ 5x + 10y = 225 \end{cases} \quad x = 35, y = 5$.

$P(35, 5); \quad f(35, 5) = 50 \cdot 35 + 80 \cdot 5 = 2150$

Por tanto el beneficio máximo resulta de hacer 35 bolsos del tipo A y 5 bolsos del tipo B, obteniendo así 2150 €.



■ CUESTIÓN B2.

Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

3. Fuente: Murcia CCSS, junio 2017, página 22 (recopilación resuelta Intergranada)

■ CUESTIÓN B1.

Una fábrica textil compra tela a dos distribuidores, A y B. Los distribuidores A y B venden la tela a 2 y 3 euros por metro, respectivamente. Cada distribuidor le vende un mínimo de 200 metros y un máximo de 700 y para satisfacer su demanda, la fábrica debe comprar en total como mínimo 600 metros. La fábrica quiere comprar al distribuidor A, como máximo, el doble de metros que al distribuidor B. Hallar los metros que debe comprar a cada uno de los distribuidores para obtener el mínimo coste. Determinar dicho coste mínimo.

selcs Jun 2017 Solución: 1) Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

x = m de tela de A,

y = m de tela de B. Coste: $F(x, y) = 2x + 3y$

4. Fuente: Murcia CCSS, septiembre 2016, página 27 (recopilación resuelta Intergranada)

■ CUESTIÓN B1.

Una empresa necesita, como mínimo, 180 uniformes de mujer y 120 de hombre. Los encarga a dos talleres A y B. El taller A confecciona diariamente 6 uniformes de mujer y 2 de hombre con un coste de 75 euros al día. El taller B hace diariamente 4 uniformes de mujer y 3 de hombre con un coste diario de 90 euros. ¿Cuántos días debe trabajar cada taller para satisfacer las necesidades de la empresa con el mínimo coste?, ¿cuánto vale dicho coste?

selcs Sep 2016 Solución: 1) Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

$x = n^0$ de días de de trabajo de taller A,

$y = n^0$ de días de de trabajo de taller B. Coste: $F(x, y) = 75x + 90y$

Uniformes de mujer: $6x + 4y \geq 180$ (1) $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 30 \\ y & 45 & 0 \end{array}$

Uniformes de hombre: $2x + 3y \geq 120$ (2) $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 60 \\ y & 40 & 0 \end{array}$

además: $0 \leq x; \quad 0 \leq y$

2) Representamos el conjunto solución del sistema de inecuaciones y trazamos la recta: $F(x, y) = 0 \quad 75x + 90y = 0$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & -90 \\ y & 0 & 75 \end{array}$

5. Fuente: Murcia CCSS, junio 2016, página 33 (recopilación resuelta Intergranada)

■ CUESTIÓN B1.

Un supermercado necesita, al menos, 80 docenas de huevos de tamaño pequeño, 120 docenas de tamaño mediano y 90 docenas de tamaño grande. Se abastece en dos granjas A y B. La granja A suministra lotes de 4 docenas de huevos pequeños, 12 docenas de medianos y 2 docenas de grandes, y el coste de cada lote es de 6 euros. La granja B proporciona lotes de 2 docenas de huevos pequeños, 2 docenas de medianos y 6 docenas de grandes, con un coste de 4 euros por lote. Además, la granja A puede suministrar, como máximo, 50 lotes y la granja B puede suministrar, como máximo, 60 lotes. Hallar el número de lotes que debe comprar a cada granja para satisfacer sus necesidades con el mínimo coste.

selcs Jun 2016 Solución:

1) Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

$x = n^0$ de lotes de A,

$y = n^0$ de lotes de B. Coste: $F(x, y) = 6x + 4y$

■ CUESTIÓN B1.

Se quiere elaborar una dieta con dos preparados alimenticios, A y B. Una porción de A contiene 30 mg de calcio, 10 mg de fósforo y 40 mg de magnesio, y cuesta 5 euros. Una porción de B contiene 40 mg de calcio, 30 mg de fósforo y 20 mg de magnesio, y cuesta 3 euros. La dieta debe aportar, al menos, 350 mg de calcio, 150 mg de fósforo y 300 mg de magnesio. Hallar cuántas porciones de cada preparado deben utilizarse para satisfacer estos requisitos con el mínimo coste.

selcs Sep 2015 Solución:

Sean x = número de porciones de A ; y = número de porciones de B

	Cal	Fos	Mag	coste
A	30	10	40	5
B	40	30	20	3

Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

Función objetivo a minimizar

$$\text{coste: } F = 5x + 3y$$

$$\text{Calcio: } 30x + 40y \geq 350 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 35/3 \\ y & 35/4 & 0 \end{array}$$

$$\text{Fósforo: } 10x + 30y \geq 150 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 15 \\ y & 5 & 0 \end{array}$$

$$\text{Magnesio: } 40x + 20y \geq 300 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 7.5 \\ y & 15 & 0 \end{array}$$

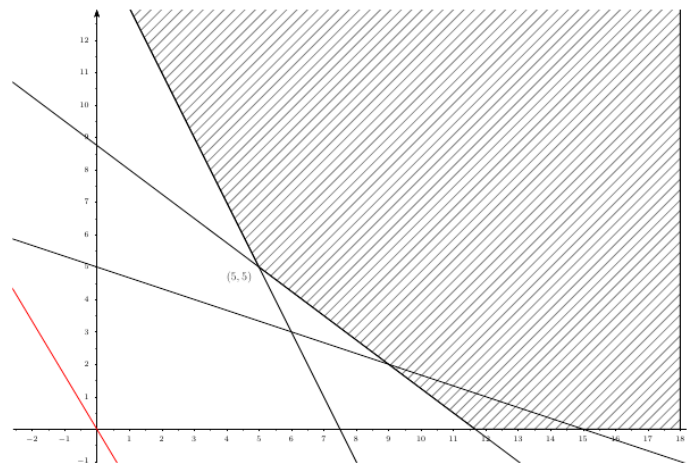
además: $x \geq 0$ $y \geq 0$

Buscamos la paralela que pasa por un vértice y da una ordenada menor en el origen: es la que pasa por el vértice intersección de

$$\begin{cases} 30x + 40y = 350 \\ 40x + 20y = 300 \end{cases}$$

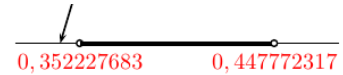
es (5, 5)

El mínimo sería en $F(5, 5) = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 40$, por tanto



7. Fuente: Murcia CCSS, junio 2015, página 43 (recopilación resuelta Intergranada)

■ CUESTIÓN B1.



En un edificio público se quieren colocar, al menos, 20 máquinas expendedoras entre las de bebidas calientes y las de bebidas frías. Hay disponibles 12 máquinas de bebidas calientes y 40 de bebidas frías. Se pretende que el número de expendedoras de bebidas calientes no sea superior a una tercera parte del de bebidas frías y que, por lo menos, una quinta parte del total de máquinas que se coloquen sean de bebidas calientes. Cumpliendo las condiciones anteriores, ¿qué combinación de máquinas de cada tipo hace que la diferencia del número de máquinas de bebidas frías menos el de bebidas calientes colocadas sea mayor?

selcs Jun 2015 Solución:

1) Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

$x = n^0$ de máquinas expendedoras de bebidas calientes,

■ CUESTIÓN B1.

Una fábrica de tintas dispone de 1000 kg del color A, 800 kg del color B y 300 kg del color C, con los que fabrica dos tipos de tinta, una para la etiqueta de un refresco y otra para un cartel. Cada bote de tinta de la etiqueta necesita 10 kg del color A, 5 kg del color B y 5 kg del color C y el de tinta del cartel requiere 5 kg de A y 5 kg de B. Obtiene un beneficio de 30 euros por cada bote de tinta para etiquetas y de 20 euros por cada uno de tinta para carteles. Si vende todos los botes fabricados, ¿cuántos botes de cada tipo de tinta debe fabricar para maximizar su beneficio?, ¿cuál es el beneficio máximo?

selcs Jun 2014 Solución:

1) Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

$x = n^0$ de botes de tinta para etiqueta,

$y = n^0$ de botes de tinta para cartel. Ganancia: $F(x, y) = 30x + 20y$

color A:

$$10x + 5y \leq 1000 \quad (1) \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 100 \\ \hline y & 200 & 0 \end{array}$$

color B:

$$5x + 5y \leq 800 \quad (2) \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 40 \\ \hline y & 40 & 0 \end{array}$$

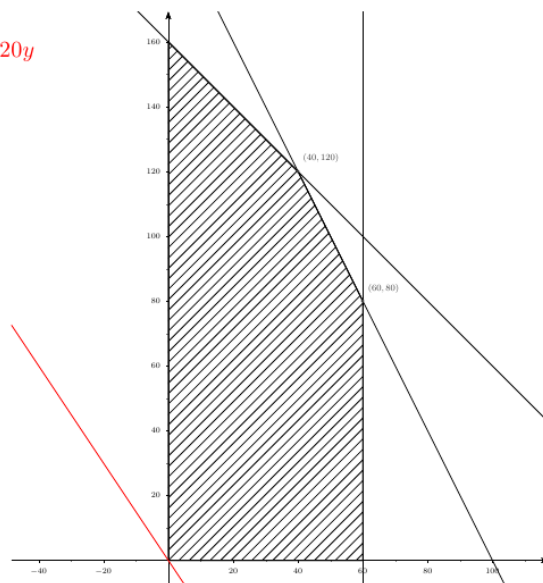
color C:

$$5x \leq 300; \quad x \leq 60$$

además: $x \geq 0$ $y \geq 0$ pues x e y no pueden ser negativas

2) Representamos el conjunto solución del sistema de inecuaciones y trazamos la recta:

$$F(x, y) = 0 \quad 30x + 20y = 0 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & -205 \\ \hline y & 0 & 30 \end{array}$$



Buscamos la paralela que pasa por un vértice y da una ordenada mayor en el origen: es la que pasa por el vértice intersección de

$$\begin{cases} 10x + 5y = 1000 \\ 5x + 5y = 800 \end{cases} \quad \text{es } (40, 120)$$

Luego para obtener la mayor ganancia el fabricante deberá producir 40 botes de tinta para etiqueta y 120 botes de tinta para cartel.

El beneficio máximo será entonces: $F(40, 120) = 30 \cdot 40 + 20 \cdot 120 = 3600$ euros.

■ CUESTIÓN B2.

La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x) = x^2 + 4x + a$, siendo a un número real. Calcular a para que el área encerrada por la gráfica, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 3$ valga 57.

selcs Jun 2014 Solución:

Como la función es positiva en la zona de integración el área viene dada directamente por la integral:

■ CUESTIÓN B1.

Para elaborar un menú se dispone de un primer plato y un segundo plato. Una porción del primer plato contiene 6 mg de vitamina C, 2 mg de hierro y 20 mg de calcio, y aporta 110 calorías. Una porción del segundo contiene 3 mg de vitamina C, 2 mg de hierro y 40 mg de calcio, y aporta 65 calorías. ¿Cuántas porciones de cada plato deben utilizarse para que el menú aporte el menor número de calorías, sabiendo que debe contener al menos 36 mg de vitamina C, 20 mg de hierro y 240 mg de calcio?

selcs Sep 2013 Solución:

Sean x = número de porciones del primer plato P_1 ; y = número de porciones del segundo plato P_2

	C	Fe	Ca	Calorías
P_1	6	2	20	110
P_2	3	2	40	65

Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:

Función objetivo a minimizar

$$\text{calorías: } F = 110x + 65y$$

$$\text{Vitamina C: } 6x + 3y \geq 36 \quad \begin{array}{r|rr} x & 0 & 6 \\ y & 12 & 0 \end{array}$$

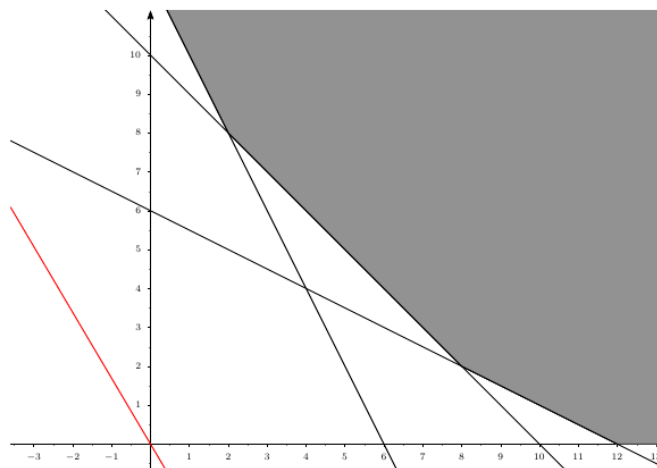
$$\text{Hierro: } 2x + 2y \geq 20 \quad \begin{array}{r|rr} x & 0 & 10 \\ y & 10 & 0 \end{array}$$

$$\text{Calcio: } 20x + 40y \geq 240 \quad (3) \quad \begin{array}{r|rr} x & 0 & 12 \\ y & 6 & 0 \end{array}$$

además: $x \geq 0 \quad y \geq 0$

El mínimo sería en $F(2, 8) = 110 \cdot 2 + 65 \cdot 8 = 740$, por tanto

El menú que aporta el menor número de calorías se hace con 2 porciones del plato P_1 y 8 del plato P_2 y contiene 740 calorías.



■ CUESTIÓN B2.

Los ingresos obtenidos por la fabricación de x unidades diarias de cierto producto vienen dados por $I(x) = -28x^2 + 5256x$, y los costes vienen dados por la función $C(x) = 22x^2 + 4456x + 814$.

a) Determinar la función que expresa los beneficios obtenidos por la fabricación de x unidades diarias del producto (sabiendo que los beneficios se definen como los ingresos menos los costes) y calcular el número de unidades diarias que hay que fabricar para obtener un beneficio máximo.

b) ¿Cuánto vale dicho beneficio máximo?

selcs Sep 2013 Solución:

$$B(x) = I(x) - C(x) = -50x^2 + 800x - 814$$

a) La gráfica es una parábola abierta hacia abajo, basta hallar el máximo, $B'(x) = -100x + 800$; que se anula para $x = 8$, luego el máximo se consigue fabricando 8 unidades diarias.

b) Beneficio máximo es $B(8) = 2386$

10. Fuente: Murcia CCSS, junio 2013, página 65 (recopilación resuelta Intergranada)

- CUESTION B1. Una pastelería dispone de 100 kg de masa, 80 kg de crema de chocolate y 46 kg de nata. Con estos ingredientes elabora dos tipos de tartas: la tarta de chocolate, que requiere para su elaboración 1 kg de masa y 2 kg de crema de chocolate, y la tarta de chocolate y nata, que requiere 2 kg de masa, 1 kg de crema de chocolate y 1 kg de nata. Por cada tarta de chocolate se obtiene un beneficio de 10 euros, y de 12 euros por cada una de chocolate y nata. Suponiendo que vende todas las tartas, ¿cuántas tartas de cada tipo debe preparar para maximizar su beneficio?, ¿cual es el beneficio máximo?

selcs Jun 2013 Solución:

Sean:

x = número de tartas de chocolate

y = número de tartas de nata y chocolate

Ganancia: $f(x, y) = 10x + 12y$ euros

$$\left. \begin{array}{lcl} \text{masa} & x + 2y \leq 100 \\ \text{chocolate} & 2x + y \leq 80 \\ \text{nata} & y \leq 46 \end{array} \right\}$$

Representamos: $x + 2y \leq 100$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 100 \\ y & 50 & 0 \end{array}$

$2x + y \leq 80$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & 40 \\ y & 80 & 0 \end{array}$

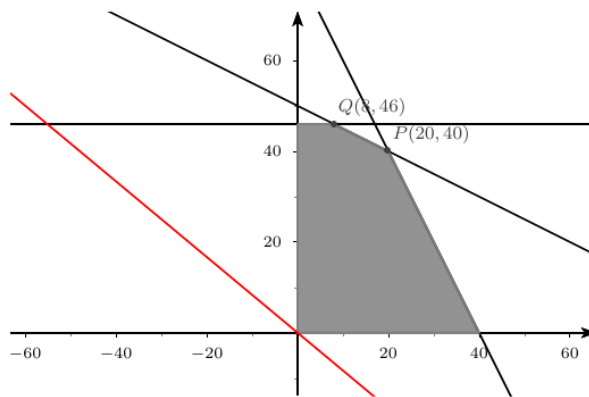
Ahora la función igualada a 0:

$f(xy) = 10x + 12y = 0$ $\begin{array}{c|cc} x & 0 & -60 \\ y & 0 & 50 \end{array}$

Para maximizar los ingresos tomaríamos la paralela a $f(x, y) = 0$ más alejada, la que pasa por el punto P , hallamos sus coordenadas: $\begin{cases} x + 2y = 100 \\ 2x + y = 80 \end{cases} \quad x = 20, y = 40$.

$P(20, 40); \quad f(20, 40) = 10 \cdot 20 + 12 \cdot 40 = 680$

Por tanto el máximo beneficio resulta de hacer 20 tartas de chocolate y 40 de chocolate y nata, obteniendo así 680 € por la venta.



- CUESTION B2. Dada la función $f(x) = x^4 + ax + b$, hallar a y b sabiendo que en $x = 1$ la función tiene un extremo relativo (un máximo o un mínimo relativo) y que $f(1) = 2$. ¿Se trata de un máximo o de un mínimo relativo?

selcs Jun 2013 Solución:

11. Fuente: Murcia CCSS, septiembre 2012, página 71 (recopilación resuelta Intergranada)

■ CUESTIÓN B1.

Un ayuntamiento desea ajardinar dos tipos de parcelas, tipo A y tipo B, y dispone de 6000 euros para ello. El coste de la parcela A es de 100 euros y el de la B de 150 euros. Se considera conveniente ajardinar al menos tantas parcelas de tipo B como las del tipo A y, en todo caso, no ajardinar más de 30 parcelas de tipo B. ¿Cuántas parcelas de cada tipo tendrá que ajardinar para maximizar el número total de parcelas ajardinadas?, ¿agotará el presupuesto disponible?

selcs Sep 2012 Solución:

■ CUESTIÓN B1.

Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \geq 2 \\ 2x + y \leq 6 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{array} \right\}$$

- a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones.
- b) Considerar la función $f(x, y) = 3x + y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor mínimo de la función en la región definida por el sistema.
- c) Considerar la función $g(x, y) = 3x + 3y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor mínimo de la función en la región definida por el sistema.

■ CUESTIÓN B1.

Una cadena de supermercados compra naranjas a dos distribuidores, A y B. Los distribuidores A y B venden las naranjas a 1000 y 1500 euros por tonelada, respectivamente. Cada distribuidor le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para satisfacer su demanda, la cadena debe comprar en total como mínimo 6 toneladas. La cadena debe comprar como máximo al distribuidor A el doble de naranjas que al distribuidor B. ¿Qué cantidad de naranjas debe comprar a cada uno de los distribuidores para obtener el mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

selcs Jun 2011 Solución:

Sean:

x = número de toneladas compradas a A

y = número de toneladas compradas a B

Coste: $f(x, y) = x + 1'5y$ en miles de euros

$$2 \leq x \leq 7$$

$$2 \leq y \leq 7$$

$$x \leq 2y$$

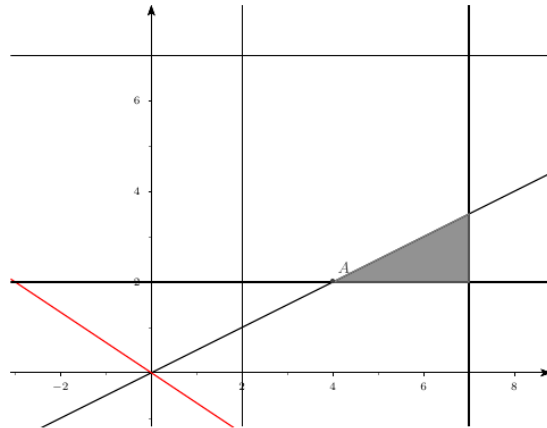
Representamos: $x \leq 2y$

x	0	4
y	0	2

Ahora la función igualada a 0:

$f(xy) = x + 1'5y = 0$

x	0	-3
y	0	2



Para minimizar el coste tomaríamos la paralela a $f(x, y) = 0$ que pasa por el punto A que sería la más cercana: comprobemos los valores correspondientes a esos puntos:

$$A(8, 4); \quad f(4, 2) = 4 + 1'5 \cdot 2 = 7$$

Por tanto el mínimo coste resulta de comprar 4 toneladas a A y 2 toneladas a B. El coste sería 7.000 € .

■ CUESTIÓN B2.

Dada la curva de ecuación $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$ calcular:

a) El dominio de definición.

b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

c) Los máximos y los mínimos.

selcs Jun 2011 Solución:

a) Como es una función polinómica el dominio es todo $\mathbb{R}$.

b) La derivada es $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$, estudiemos el crecimiento:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	-1	3
y'	-	+
y	↗	↘

MÁXIMO MÍNIMO

Sustituyendo: $f(-1) = 14$, $f(3) = -18$.

14. Fuente: Murcia CCSS, convocatoria 2009, página 104 (recopilación resuelta Intergranada)

- CUESTIÓN 1.B. Una escuela prepara una excursión para cuatrocientos alumnos. La empresa de transportes dispone de ocho autocares de cuarenta plazas y diez de cincuenta plazas, pero sólo dispone de nueve conductores. El alquiler de un autocar grande es de ochenta euros y el de uno pequeño de sesenta euros.

a) Calcular cuántos autocares de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

b) ¿Cuántas plazas sobrarán?

Identificar en el planteamiento las variables, las restricciones y la función a optimizar.

selcs Sept 2009 Solución:

x = número de autobuses de 40 plazas

y = número de autobuses de 50 plazas

Precio total: $f(x, y) = 60x + 80y \text{ €}$ buscamos el mínimo

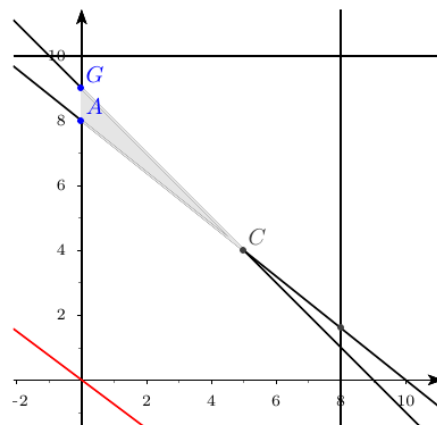
$$\begin{cases} 40x + 50y \geq 400 \\ x \leq 8 \\ y \leq 10 \\ x + y \leq 9 \end{cases}$$

Representamos:

$$\begin{cases} 40x + 50y \geq 400 \\ x + y \leq 9 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 10 \\ \hline y & 8 & 0 \\ \hline x & 0 & 9 \\ \hline y & 9 & 0 \end{array}$$

Ahora la función igualada a 0:

$$f(xy) = 60x + 80y = 0 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & -4 \\ \hline y & 0 & 3 \end{array}$$



Para minimizar el precio tomaríamos la paralela a $f(x, y) = 0$ que pasa por el punto $C(5, 4)$, o sea 5 autobuses de 40 plazas y 4 de 50 plazas, entonces el importe sería: $f(5, 4) = 60 \cdot 5 + 80 \cdot 4 = 620 \text{ €}$.

Con ello el total de plazas contratadas sería de: $5 \cdot 40 + 4 \cdot 50 = 400$, no sobra ninguna.

- CUESTIÓN 2.A. Dada la curva de ecuación $y = \frac{3x^2}{x^2 + 1}$ determinar:

a) Dominio

b) Máximos y mínimos

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento

d) Asíntotas

selcs Sept 2009 Solución:

a) **Dominio y regionamiento:** El denominador no se anula nunca luego el dominio es $\mathbb{R}$

El numerador y el denominador son siempre positivos luego la función es siempre positiva.

b) **Puntos de corte con los ejes:** Anulamos cada variable:

con OY : $x = 0$, resulta $y = 0$

con OX : $y = 0$, resulta el mismo

■ CUESTIÓN 1.B.

Un fabricante de coches lanza una oferta especial en dos de sus modelos, ofreciendo el modelo A a un precio de 15000 euros y el modelo B a un precio de 20000 euros. La oferta está limitada por las existencias que son 20 coches del modelo A y 10 del modelo B, queriendo vender al menos, tantas unidades del modelo A como del modelo B. Por otra parte, para cubrir gastos de esta campaña, los ingresos obtenidos en ella deben ser, al menos, de 60000 euros.

- a) Plantear el problema y representar gráficamente su conjunto de soluciones.
- b) ¿Cuántos coches deberá vender de cada modelo para maximizar sus ingresos? ¿Cuál es su importe?

selcs Sept 2008 Solución:

16. Fuente: Murcia CCSS, junio 2007, página 134 (recopilación resuelta Intergranada)

■ CUESTIÓN 1.B. [3 PUNTOS]

Una fábrica de bombones tiene almacenados 500 kg. de chocolate, 100kg. de almendras y 85kg. de frutas. Produce dos tipos de cajas de bombones: tipo A y tipo B. Cada caja de tipo A contiene 3kg. de chocolate, 1kg. de almendras y 1kg. de frutas, mientras que cada caja de tipo B contiene 2kg. de chocolate, 1.5kg. de almendras y 1kg. de frutas. Los precios de las cajas de tipo A y B son 130 euros y 135 euros respectivamente.

- a) ¿Cuántas cajas debe fabricar de cada tipo para maximizar su ganancia?
- b) ¿Cuál es el beneficio máximo obtenido?

selcs Jun 2007 Solución:

■ CUESTIÓN 1.B.

Para la elaboración de dos tipos de refrescos R1 y R2 se utilizan (además de agua) dos tipos de productos A y B. Cada refresco del tipo R1 contiene 3 gramos del producto A y 3 gramos del producto B y cada refresco del tipo R2 contiene 3 gramos del producto A y 6 gramos del producto B. Se dispone en total de 120 gramos de producto A y 180 gramos de producto B. ¿Cuántos refrescos de cada clase se han de elaborar para obtener un beneficio máximo sabiendo que con los refrescos R1 la ganancia es de 3 euros y con los refrescos R2 la ganancia es de 4 euros?

selcs Sep 2006 Solución:

Disponemos los datos en una tabla:

	R1	R2	
A	3	3	≤ 120
B	3	6	≤ 180

Las variables serían:

x número de refrescos de tipo A

y número de refrescos de tipo B

La función a maximizar es $f(x, y) = 3x + 4y$

Queda el sistema de inecuaciones con x, y positivas:

$$\begin{cases} 3x + 3y \leq 120 \\ 3x + 6y \leq 180 \end{cases}$$

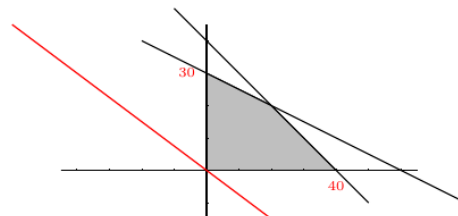
Representamos:

$$\begin{cases} 3x + 3y \leq 120 \\ 3x + 6y \leq 180 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 40 \\ \hline y & 40 & 0 \\ \hline x & 0 & 60 \\ y & 30 & 0 \end{array}$$

Ahora la función igualada a 0:

$$f(xy) = 3x + 4y = 0 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & -40 \\ \hline y & 0 & 30 \end{array}$$

El máximo se produce para: $f(20, 20) = 3 \cdot 20 + 4 \cdot 20 = 140$



■ CUESTIÓN 2.A. [1.5 PUNTOS]

Descomponer el número 45 en dos sumandos tales que la suma del doble del cuadrado del primero más siete veces el cuadrado del segundo, sea mínima.

18. Fuente: Murcia CCSS, junio 2006, página 147 (recopilación resuelta Intergranada)

- CUESTIÓN 1.B. Una persona tiene 500000 euros para invertir en dos tipos de acciones A y B. Las acciones de tipo A tienen bastante riesgo con un interés anual del 10 % y las acciones del tipo B son bastante seguras con un interés anual del 7 %. Decide invertir como máximo 300000 euros en las de tipo A y como mínimo 100000 euros en las de tipo B e invertir en las de tipo A por lo menos tanto como en las de tipo B. ¿Cómo debería invertir sus 500000 euros para maximizar sus intereses anuales?

selcs Jun 2006 Solución:

x = número de euros invertido en acciones tipo A

y = número de euros invertido en acciones tipo B

$$\begin{cases} x + y \leq 500000 \\ x \leq 300000 \\ y \geq 100000 \\ x \leq y \end{cases}$$

Ganancia: $f(x, y) = 0'1x + 0'07y$

Representamos (trabajaremos en miles):

$$\begin{cases} x + y \leq 500 \\ x \leq y \end{cases} \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 500 \\ y & 500 & 0 \\ \hline x & 0 & 200 \\ y & 0 & 200 \end{array}$$

Ahora la función igualada a 0:

$$f(xy) = 0'1x + 0'07y = 0 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & -70 \\ y & 0 & 100 \end{array}$$

Para maximizar hallamos y probamos los puntos B y C

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ x = y \end{cases} \quad B = (250, 250,) \quad f(250, 250) = 0'1 \cdot 250 + 0'07 \cdot 250 = 42'5$$

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ x = 300 \end{cases} \quad C = (300, 200,) \quad f(300, 200) = 0'1 \cdot 300 + 0'07 \cdot 200 = 44$$

Por tanto para maximizar los beneficios ha de invertir 300.000 € en las acciones de tipo A y 200.000 € en las acciones de tipo B que le producirían 44000 € .

